2016年上海市中考数学试卷

一、选择题：本大题共6小题，每小题4分，共24分

1．（4分）如果a与3互为倒数，那么a是（　　）

A．－3　　B．3　　C．$-\frac{1}{3}$　　D．$\frac{1}{3}$

2．（4分）下列单项式中，与a^2b是同类项的是（　　）

A．$2a^2b$　　B．a^2b^2　　C．ab^2　　D．$3ab$

3．（4分）如果将抛物线$y=x^2+2$向下平移1个单位，那么所得新抛物线的表达式是（　　）

A．$y=(x-1)^2+2$　　B．$y=(x+1)^2+2$

C．$y=x^2+1$　　D．$y=x^2+3$

4．（4分）某校调查了20名男生某一周参加篮球运动的次数，调查结果如表所示，那么这20名男生该周参加篮球运动次数的平均数是（　　）

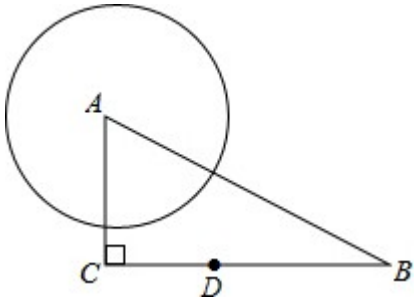
次数	2	3	4	5
人数	2	2	10	6

A．3次　　B．3.5次　　C．4次　　D．4.5次

5．（4分）已知在△ABC中，$AB=AC$，AD是角平分线，点D在边BC上，设$\overrightarrow{BC}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，那么向量$\overrightarrow{AC}$用向量$\vec{a}$、$\vec{b}$表示为（　　）

A．$\frac{1}{2}\vec{a}+\vec{b}$　　B．$\frac{1}{2}\vec{a}-\vec{b}$　　C．$-\frac{1}{2}\vec{a}+\vec{b}$　　D．$-\frac{1}{2}\vec{a}-\vec{b}$

6．（4分）如图，在Rt△ABC中，$\angle C=90°$，$AC=4$，$BC=7$，点D在边BC上，$CD=3$，⊙A的半径长为3，⊙D与⊙A相交，且点B在⊙D外，那么⊙D的半径长r的取值范围是（　　）



A．$1<r<4$　　B．$2<r<4$　　C．$1<r<8$　　D．$2<r<8$

二、填空题：本大题共 12 小题，每小题 4 分，共 48 分

7．（4 分）计算：$a^3\div a=$_____．

8．（4 分）函数 $y=\frac{3}{x-2}$ 的定义域是_____．

9．（4 分）方程 $\sqrt{x-1}=2$ 的解是_____．

10．（4 分）如果 $a=\frac{1}{2}$，$b=-3$，那么代数式 $2a+b$ 的值为_____．

11．（4 分）不等式组 $\begin{cases}2x<5\\x-1<0\end{cases}$ 的解集是_____．

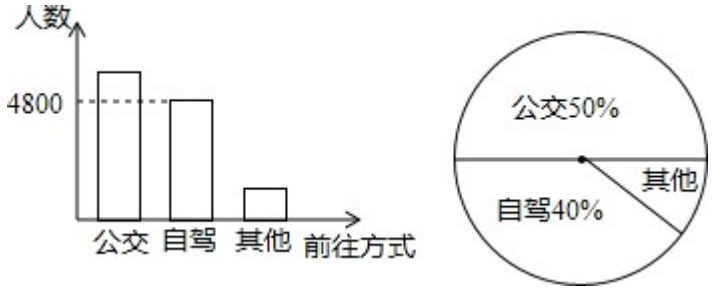
12．（4 分）如果关于 x 的方程 $x^2-3x+k=0$ 有两个相等的实数根，那么实数 k 的值是_____．

13．（4 分）已知反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$k\neq0$），如果在这个函数图象所在的每一个象限内，y 的值随着 x 的值增大而减小，那么 k 的取值范围是_____．

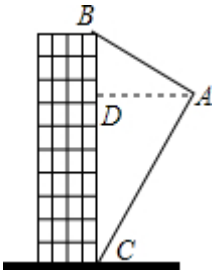
14．（4 分）有一枚材质均匀的正方体骰子，它的六个面上分别有 1 点、2 点、…6 点的标记，掷一次骰子，向上的一画出现的点数是 3 的倍数的概率是_____．

15．（4 分）在△ABC 中，点 D、E 分别是边 AB、AC 的中点，那么△ADE 的面积与△ABC 的面积的比是_____．

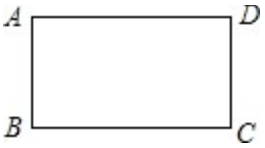
16．（4 分）今年 5 月份有关部门对计划去上海迪士尼乐园的部分市民的前往方式进行调查，图 1 和图 2 是收集数据后绘制的两幅不完整统计图．根据图中提供的信息，那么本次调查的对象中选择公交前往的人数是_____．



17．（4 分）如图，航拍无人机从 A 处测得一幢建筑物顶部 B 的仰角为 30°，测得底部 C 的俯角为 60°，此时航拍无人机与该建筑物的水平距离 AD 为 90 米，那么该建筑物的高度 BC 约为 _____米．（精确到 1 米，参考数据：$\sqrt{3}\approx1.73$）



18．（4 分）如图，矩形 $ABCD$ 中，$BC=2$，将矩形 $ABCD$ 绕点 D 顺时针旋转 90°，点 A、C 分别落在点 A'、C' 处．如果点 A'、C'、B 在同一条直线上，那么 $\tan\angle ABA'$ 的值为 ．



三、解答题：本大题共 7 小题，共 78 分

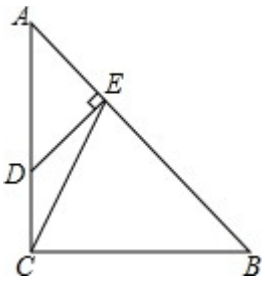
19．（10 分）计算：$|\sqrt{3}-1|-4^{\frac{1}{2}}-\sqrt{12}+(\frac{1}{3})^{-2}$．

20．（10 分）解方程：$\frac{1}{x-2}-\frac{4}{x^2-4}=1$．

21．（10 分）如图，在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90°$，$AC=BC=3$，点 D 在边 AC 上，且 $AD=2CD$，$DE\perp AB$，垂足为点 E，联结 CE，求：

（1）线段 BE 的长；

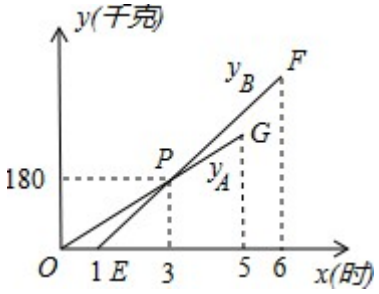
（2）$\angle ECB$ 的余切值．



22．（10 分）某物流公司引进 A、B 两种机器人用来搬运某种货物，这两种机器人充满电后可以连续搬运 5 小时，A 种机器人于某日 0 时开始搬运，过了 1 小时，B 种机器人也开始搬运，如图，线段 OG 表示 A 种机器人的搬运量 y_A（千克）与时间 x（时）的函数图象，线段 EF 表示 B 种机器人的搬运量 y_B（千克）与时间 x（时）的函数图象．根据图象提供的信息，解答下列问题：

（1）求 y_B 关于 x 的函数解析式；

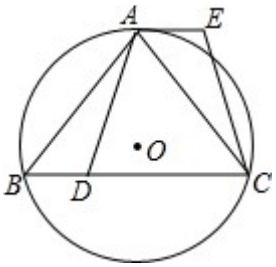
（2）如果 A、B 两种机器人连续搬运 5 个小时，那么 B 种机器人比 A 种机器人多搬运了多少千克？



23．（12 分）已知：如图，⊙O 是△ABC 的外接圆，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AC}$，点 D 在边 BC 上，$AE\parallel BC$，$AE=BD$．

（1）求证：$AD=CE$；

（2）如果点 G 在线段 DC 上（不与点 D 重合），且 $AG=AD$，求证：四边形 $AGCE$ 是平行四边形．

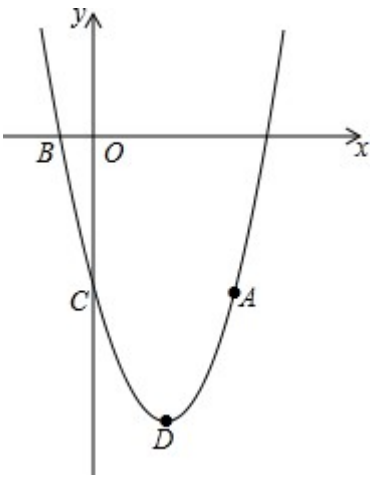


24．（12 分）如图，抛物线 $y=ax^2+bx-5$（$a\neq 0$）经过点 A（4，－5），与 x 轴的负半轴交于点 B，与 y 轴交于点 C，且 $OC=5OB$，抛物线的顶点为点 D．

（1）求这条抛物线的表达式；

（2）联结 AB、BC、CD、DA，求四边形 $ABCD$ 的面积；

（3）如果点 E 在 y 轴的正半轴上，且∠BEO＝∠ABC，求点 E 的坐标．

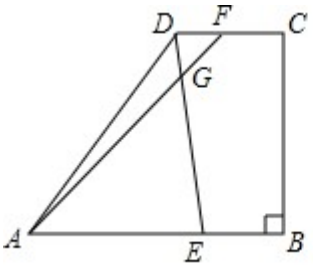


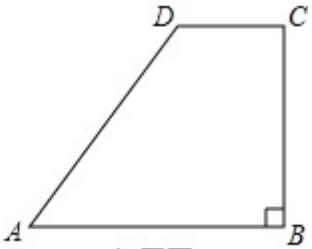
25．（14 分）如图所示，梯形 $ABCD$ 中，$AB \parallel DC$，$\angle B=90°$，$AD=15$，$AB=16$，$BC=12$，点 E 是边 AB 上的动点，点 F 是射线 CD 上一点，射线 ED 和射线 AF 交于点 G，且 $\angle AGE=\angle DAB$．

（1）求线段 CD 的长；

（2）如果△AEG 是以 EG 为腰的等腰三角形，求线段 AE 的长；

（3）如果点 F 在边 CD 上（不与点 C、D 重合），设 $AE=x$，$DF=y$，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出 x 的取值范围．





备用图

2016年上海市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共6小题，每小题4分，共24分

1．（4分）如果a与3互为倒数，那么a是（　　）

A．-3　　B．3　　C．$-\frac{1}{3}$　　D．$\frac{1}{3}$

【分析】根据乘积为1的两个数互为倒数，可得答案．

【解答】解：由a与3互为倒数，得

a是$\frac{1}{3}$，

故选：D．

【点评】本题考查了倒数，分子分母交换位置是求一个数的倒数的关键．

2．（4分）下列单项式中，与a^2b是同类项的是（　　）

A．$2a^2b$　　B．a^2b^2　　C．ab^2　　D．$3ab$

【分析】根据同类项的概念：所含字母相同，并且相同字母的指数也相同，结合选项解答即可．

【解答】解：A、$2a^2b$与a^2b所含字母相同，且相同字母的指数也相同，是同类项，故本选项正确；

B、a^2b^2与a^2b所含字母相同，但相同字母b的指数不相同，不是同类项，故本选项错误；

C、ab^2与a^2b所含字母相同，但相同字母a和字母b的指数都不相同，不是同类项，本选项错误；

D、$3ab$与a^2b所含字母相同，但相同字母a的指数不相同，不是同类项，本选项错误．

故选：A．

【点评】本题考查了同类项的知识，解答本题的关键是掌握同类项中相同字母的指数相同的概念．

3．（4分）如果将抛物线$y=x^2+2$向下平移1个单位，那么所得新抛物线的表达式是（　　）

A．$y=(x-1)^2+2$　　B．$y=(x+1)^2+2$

C．$y=x^2+1$　　D．$y=x^2+3$

【分析】根据“上加下减，左加右减”的原则进行解答即可．

【解答】解：∵抛物线 $y=x^2+2$ 向下平移 1 个单位，

∴抛物线的解析式为 $y=x^2+2-1$，即 $y=x^2+1$．

故选：C．

【点评】主要考查的是二次函数图象与几何变换，用平移规律“左加右减，上加下减”直接代入函数解析式求得平移后的函数解析式．

4．（4 分）某校调查了 20 名男生某一周参加篮球运动的次数，调查结果如表所示，那么这 20 名男生该周参加篮球运动次数的平均数是（　　）

次数	2	3	4	5
人数	2	2	10	6

A．3 次　　B．3.5 次　　C．4 次　　D．4.5 次

【分析】加权平均数：若 n 个数 x_1，x_2，x_3，…，x_n 的权分别是 w_1，w_2，w_3，…，w_n，则 $(x_1w_1+x_2w_2+\ldots+x_nw_n)\div(w_1+w_2+\ldots+w_n)$ 叫做这 n 个数的加权平均数，依此列式计算即可求解．

【解答】解：$(2\times2+3\times2+4\times10+5\times6)\div20$

$=(4+6+40+30)\div20$

$=80\div20$

$=4$（次）．

答：这 20 名男生该周参加篮球运动次数的平均数是 4 次．

故选：C．

【点评】本题考查的是加权平均数的求法．本题易出现的错误是求 2，3，4，5 这四个数的平均数，对平均数的理解不正确．

5．（4 分）已知在△ABC 中，$AB=AC$，AD 是角平分线，点 D 在边 BC 上，设 $\overrightarrow{BC}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，那么向量 $\overrightarrow{AC}$ 用向量 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 表示为（　　）

A．$\frac{1}{2}\vec{a}+\vec{b}$　　B．$\frac{1}{2}\vec{a}-\vec{b}$　　C．$-\frac{1}{2}\vec{a}+\vec{b}$　　D．$-\frac{1}{2}\vec{a}-\vec{b}$

【分析】由△ABC 中，AD 是角平分线，结合等腰三角形的性质得出 $BD=DC$，可求得

$\overrightarrow{DC}$的值，然后利用三角形法则，求得答案．

【解答】解：如图所示：∵在△ABC中，$AB=AC$，AD是角平分线，

∴$BD=DC$，

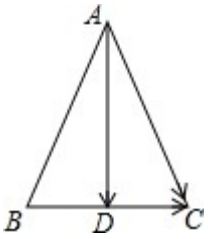
∵$\overrightarrow{BC}=\vec{a}$，

∴$\overrightarrow{DC}=\frac{1}{2}\vec{a}$，

∵$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，

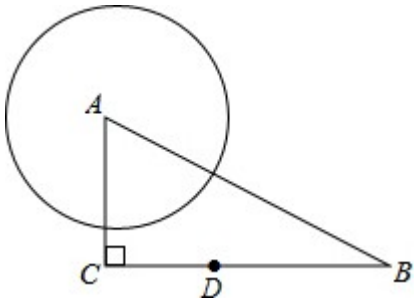
∴$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}=\frac{1}{2}\vec{a}+\vec{b}$．

故选：A．



【点评】此题考查了平面向量的知识，注意掌握三角形法则的应用是解题关键．

6．（4分）如图，在Rt△ABC中，∠C=90°，AC=4，BC=7，点D在边BC上，CD=3，⊙A的半径长为3，⊙D与⊙A相交，且点B在⊙D外，那么⊙D的半径长r的取值范围是（　　）



A．1<r<4　　B．2<r<4　　C．1<r<8　　D．2<r<8

【分析】连接AD，

根据勾股定理得到AD=5，

根据圆与圆的位置关系得到r>5﹣3=2，

由点B在⊙D外，

于是得到 $r<4$，

即可得到结论．

【解答】解：连接 AD，

∵$AC=4$，$CD=3$，$\angle C=90°$，

∴$AD=5$，

∵⊙A 的半径长为 3，⊙D 与⊙A 相交，

∴$r>5-3=2$，

∵$BC=7$，

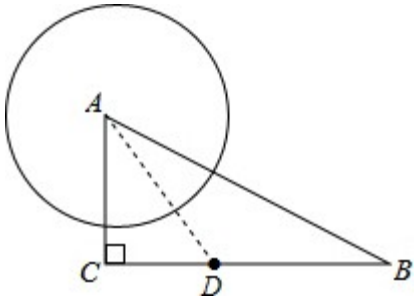
∴$BD=4$，

∵点 B 在⊙D 外，

∴$r<4$，

∴⊙D 的半径长 r 的取值范围是 $2<r<4$，

故选：B．



【点评】本题考查了圆与圆的位置关系，点与圆的位置关系，设点到圆心的距离为 d，则当 $d=r$ 时，点在圆上；当 $d>r$ 时，点在圆外；当 $d<r$ 时，点在圆内．

二、填空题：本大题共 12 小题，每小题 4 分，共 48 分

7．（4 分）计算：$a^3\div a=$ a^2 ．

【分析】根据同底数幂相除，底数不变指数相减进行计算即可求解．

【解答】解：$a^3\div a=a^{3-1}=a^2$．

故答案为：a^2．

【点评】本题考查了同底数幂的除法的运算性质，熟记运算性质是解题的关键．

8．（4 分）函数 $y=\frac{3}{x-2}$ 的定义域是 $x\neq 2$ ．

【分析】直接利用分式有意义的条件得出答案．

【解答】解：函数 $y=\frac{3}{x-2}$ 的定义域是：$x\neq 2$．

故答案为：$x\neq 2$．

【点评】此题主要考查了函数自变量的取值范围，正确把握相关性质是解题关键．

9．（4 分）方程 $\sqrt{x-1}=2$ 的解是__ $x=5$ __．

【分析】利用两边平方的方法解出方程，检验即可．

【解答】解：方程两边平方得，$x-1=4$，

解得，$x=5$，

检验：把 $x=5$ 代入方程，左边＝2，右边＝2，

左边＝右边，

则 $x=5$ 是原方程的解，

故答案为：$x=5$．

【点评】本题考查的是无理方程的解法，正确利用两边平方的方法解出方程，并正确进行验根是解题的关键．

10．（4 分）如果 $a=\frac{1}{2}$，$b=-3$，那么代数式 $2a+b$ 的值为__ -2 __．

【分析】把 a 与 b 的值代入原式计算即可得到结果．

【解答】解：当 $a=\frac{1}{2}$，$b=-3$ 时，$2a+b=1-3=-2$，

故答案为：-2

【点评】此题考查了代数式求值，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

11．（4 分）不等式组 $\begin{cases}2x<5\\ x-1<0\end{cases}$ 的解集是__ $x<1$ __．

【分析】首先解每个不等式，两个不等式的解集的公共部分就是不等式组的解集．

【解答】解：$\begin{cases}2x<5\cdots①\\ x-1<0\cdots②\end{cases}$，

解①得 $x<\frac{5}{2}$，

解②得 $x<1$，

则不等式组的解集是 $x<1$．

故答案为：$x<1$．

【点评】本题考查了一元一次不等式组的解法：解一元一次不等式组时，一般先求出其中各不等式的解集，再求出这些解集的公共部分，解集的规律：同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到．

12．（4 分）如果关于 x 的方程 $x^2-3x+k=0$ 有两个相等的实数根，那么实数 k 的值是__$\frac{9}{4}$__．

【分析】根据方程有两个相等的实数根结合根的判别式，即可得出关于 k 的一元一次方程，解方程即可得出结论．

【解答】解：∵关于 x 的方程 $x^2-3x+k=0$ 有两个相等的实数根，

∴$\Delta=(-3)^2-4\times1\times k=9-4k=0$，

解得：$k=\frac{9}{4}$．

故答案为：$\frac{9}{4}$．

【点评】本题考查了根的判别式，解题的关键是找出 $9-4k=0$．本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，根据方程解的情况结合根的判别式得出方程（不等式或不等式组）是关键．

13．（4 分）已知反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$k\neq0$），如果在这个函数图象所在的每一个象限内，y 的值随着 x 的值增大而减小，那么 k 的取值范围是__$k>0$__．

【分析】直接利用当 $k>0$，双曲线的两支分别位于第一、第三象限，在每一象限内 y 随 x 的增大而减小；当 $k<0$，双曲线的两支分别位于第二、第四象限，在每一象限内 y 随 x 的增大而增大，进而得出答案．

【解答】解：∵反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$k\neq0$），如果在这个函数图象所在的每一个象限内，y 的值随着 x 的值增大而减小，

∴k 的取值范围是：$k>0$．

故答案为：$k>0$．

【点评】此题主要考查了反比例函数的性质，正确记忆增减性是解题关键．

14．（4 分）有一枚材质均匀的正方体骰子，它的六个面上分别有 1 点、2 点、…6 点的标记，掷一次骰子，向上的一画出现的点数是 3 的倍数的概率是__$\frac{1}{3}$__．

【分析】共有 6 种等可能的结果数，其中点数是 3 的倍数有 3 和 6，从而利用概率公式可求出向上的一面出现的点数是 3 的倍数的概率．

【解答】解：掷一次骰子，向上的一面出现的点数是 3 的倍数的概率＝$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$．

故答案为$\frac{1}{3}$．

【点评】本题考查了概率公式：随机事件 A 的概率 P（A）＝事件 A 可能出现的结果数除以所有可能出现的结果数．

15．（4 分）在△ABC 中，点 D、E 分别是边 AB、AC 的中点，那么△ADE 的面积与△ABC 的面积的比是__$\frac{1}{4}$__．

【分析】构建三角形中位线定理得 $DE \parallel BC$，推出△ADE∽△ABC，所以$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}=\left(\frac{DE}{BC}\right)^2$，由此即可证明．

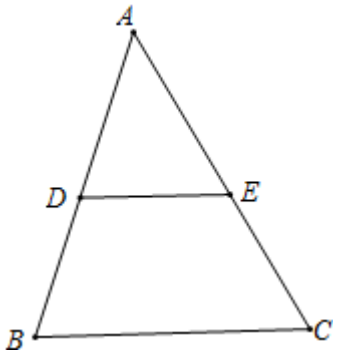
【解答】解：如图，∵$AD=DB$，$AE=EC$，

∴$DE \parallel BC$．$DE=\frac{1}{2}BC$，

∴△ADE∽△ABC，

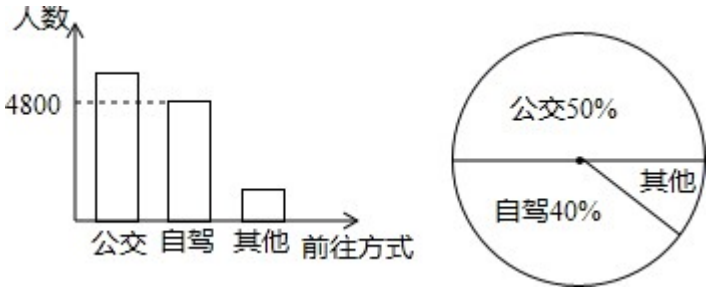
∴$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}=\left(\frac{DE}{BC}\right)^2=\frac{1}{4}$，

故答案为$\frac{1}{4}$．



【点评】本题考查三角形中位线定理，相似三角形的判定和性质，解题的关键是记住相似三角形的面积比等于相似比的平方，属于中考常考题型．

16．（4 分）今年 5 月份有关部门对计划去上海迪士尼乐园的部分市民的前往方式进行调查，图 1 和图 2 是收集数据后绘制的两幅不完整统计图．根据图中提供的信息，那么本次调查的对象中选择公交前往的人数是 6000 ．



【分析】根据自驾车人数除以百分比，可得答案．

【解答】解：由题意，得

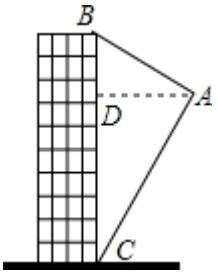
4800÷40%＝12000，

公交 12000×50%＝6000，

故答案为：6000．

【点评】本题考查了条形统计图，读懂统计图，从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据．

17．（4 分）如图，航拍无人机从 A 处测得一幢建筑物顶部 B 的仰角为 30°，测得底部 C 的俯角为 60°，此时航拍无人机与该建筑物的水平距离 AD 为 90 米，那么该建筑物的高度 BC 约为 208 米．（精确到 1 米，参考数据：$\sqrt{3}\approx1.73$）



【分析】分别利用锐角三角函数关系得出 BD，DC 的长，进而求出该建筑物的高度．

【解答】解：由题意可得：$\tan30°=\frac{BD}{AD}=\frac{BD}{90}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

解得：$BD=30\sqrt{3}$（m），

$\tan60°=\frac{DC}{AD}=\frac{DC}{90}=\sqrt{3}$，

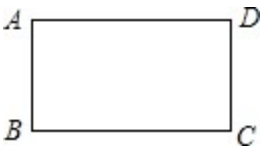
解得：$DC=90\sqrt{3}$（m），

故该建筑物的高度为：$BC=BD+DC=120\sqrt{3}\approx208$（$m$），

故答案为：208．

【点评】此题主要考查了解直角三角形的应用，熟练应用锐角三角函数关系是解题关键．

18．（4 分）如图，矩形 $ABCD$ 中，$BC=2$，将矩形 $ABCD$ 绕点 D 顺时针旋转 90°，点 A、C 分别落在点 A'、C' 处．如果点 A'、C'、B 在同一条直线上，那么 $\tan\angle ABA'$ 的值为 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$．



【分析】设 $AB=x$，根据平行线的性质列出比例式求出 x 的值，根据正切的定义求出 $\tan\angle BA'C$，根据 $\angle ABA'=\angle BA'C$ 解答即可．

【解答】解：设 $AB=x$，则 $CD=x$，$A'C=x+2$，

$\because AD\parallel BC$，

$\therefore\frac{C'D}{BC}=\frac{A'D}{A'C}$，即 $\frac{x}{2}=\frac{2}{x+2}$，

解得，$x_1=\sqrt{5}-1$，$x_2=-\sqrt{5}-1$（舍去），

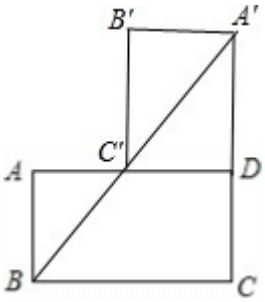
$\because AB\parallel CD$，

$\therefore \angle ABA' = \angle BA'C$，

$\tan\angle BA'C = \frac{BC}{A'C} = \frac{2}{\sqrt{5}-1+2} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$，

$\therefore \tan\angle ABA' = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$，

故答案为：$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.



【点评】本题考查的是旋转的性质、矩形的性质以及锐角三角函数的定义，掌握旋转前、后的图形全等以及锐角三角函数的定义是解题的关键.

三、解答题：本大题共 7 小题，共 78 分

19．（10 分）计算：$|\sqrt{3}-1| - \frac{1}{4^{\frac{1}{2}}} - \sqrt{12} + (\frac{1}{3})^{-2}$.

【分析】利用绝对值的求法、分数指数幂、负整数指数幂分别化简后再加减即可求解.

【解答】解：原式$=\sqrt{3}-1-2-2\sqrt{3}+9=6-\sqrt{3}$

【点评】本题考查了实数的运算及负整数指数幂的知识，解题的关键是了解相关的运算性质及运算法则，难度不大.

20．（10 分）解方程：$\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} = 1$.

【分析】根据解分式方程的步骤：去分母、去括号、移项、合并同类项、系数化为 1 进行计算即可.

【解答】解：去分母得，$x+2-4=x^2-4$，

移项、合并同类项得，$x^2-x-2=0$，

解得 $x_1=2$，$x_2=-1$，

经检验 $x=2$ 是增根，舍去；$x=-1$ 是原方程的根，

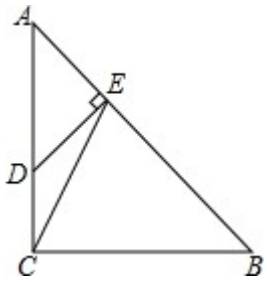
所以原方程的根是 $x=-1$.

【点评】本题考查了解分式方程，熟记解分式方程的步骤：去分母、去括号、移项、合并同类项、系数化为 1 是解题的关键，注意验根．

21．（10 分）如图，在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90°$，$AC=BC=3$，点 D 在边 AC 上，且 $AD=2CD$，$DE\perp AB$，垂足为点 E，联结 CE，求：

（1）线段 BE 的长；

（2）$\angle ECB$ 的余切值．



【分析】（1）由等腰直角三角形的性质得出 $\angle A=\angle B=45°$，由勾股定理求出 $AB=3\sqrt{2}$，求出 $\angle ADE=\angle A=45°$，由三角函数得出 $AE=\sqrt{2}$，即可得出 BE 的长；

（2）过点 E 作 $EH\perp BC$，垂足为点 H，由三角函数求出 $EH=BH=BE\cdot\cos45°=2$，得出 $CH=1$，在 Rt△CHE 中，由三角函数求出 $\cot\angle ECB=\frac{CH}{EH}=\frac{1}{2}$即可．

【解答】解：（1）∵$AD=2CD$，$AC=3$，

∴$AD=2$，

∵在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90°$，$AC=BC=3$，

∴$\angle A=\angle B=45°$，$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$，

∵$DE\perp AB$，

∴$\angle AED=90°$，$\angle ADE=\angle A=45°$，

∴$AE=AD\cdot\cos45°=2\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$，

∴$BE=AB-AE=3\sqrt{2}-\sqrt{2}=2\sqrt{2}$，

即线段 BE 的长为 $2\sqrt{2}$；

（2）过点 E 作 $EH\perp BC$，垂足为点 H，如图所示：

∵在 Rt△BEH 中，$\angle EHB=90°$，$\angle B=45°$，

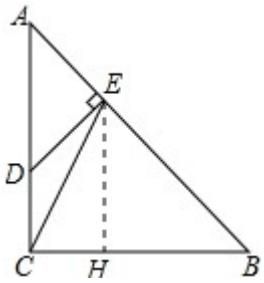
∴$EH=BH=BE\cdot\cos45°=2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=2$，

∵$BC=3$，

∴$CH=1$，

在 Rt△CHE 中，$\cot\angle ECB=\frac{CH}{EH}=\frac{1}{2}$，

即$\angle ECB$ 的余切值为$\frac{1}{2}$.

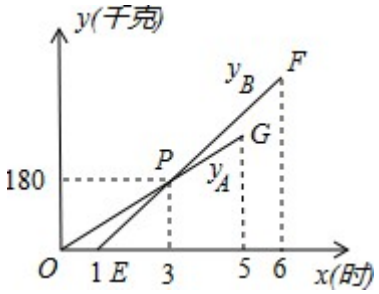


【点评】本题考查了解直角三角形、勾股定理、等腰直角三角形的性质、三角函数；熟练掌握等腰直角三角形的性质，通过作辅助线求出 CH 是解决问题（2）的关键.

22．（10 分）某物流公司引进 A、B 两种机器人用来搬运某种货物，这两种机器人充满电后可以连续搬运 5 小时，A 种机器人于某日 0 时开始搬运，过了 1 小时，B 种机器人也开始搬运，如图，线段 OG 表示 A 种机器人的搬运量 y_A（千克）与时间 x（时）的函数图象，线段 EF 表示 B 种机器人的搬运量 y_B（千克）与时间 x（时）的函数图象．根据图象提供的信息，解答下列问题：

（1）求 y_B 关于 x 的函数解析式；

（2）如果 A、B 两种机器人连续搬运 5 个小时，那么 B 种机器人比 A 种机器人多搬运了多少千克?



【分析】（1）设 y_B 关于 x 的函数解析式为 $y_B=kx+b$（$k\neq0$），将点（1，0）、（3，180）代入一次函数函数的解析式得到关于 k，b 的方程组，从而可求得函数的解

析式；

（2）设 y_A 关于 x 的解析式为 $y_A=k_1x$．将（3，180）代入可求得 y_A 关于 x 的解析式，然后将 $x=6$，$x=5$ 代入一次函数和正比例函数的解析式求得 y_A，y_B 的值，最后求得 y_A 与 y_B 的差即可．

【解答】解：（1）设 y_B 关于 x 的函数解析式为 $y_B=kx+b$（$k\neq0$）．

将点（1，0）、（3，180）代入得：$\begin{cases}k+b=0\\3k+b=180\end{cases}$，

解得：$k=90$，$b=-90$．

所以 y_B 关于 x 的函数解析式为 $y_B=90x-90$（$1\leqslant x\leqslant6$）．

（2）设 y_A 关于 x 的解析式为 $y_A=k_1x$．

根据题意得：$3k_1=180$．

解得：$k_1=60$．

所以 $y_A=60x$．

当 $x=5$ 时，$y_A=60\times5=300$（千克）；

$x=6$ 时，$y_B=90\times6-90=450$（千克）．

$450-300=150$（千克）．

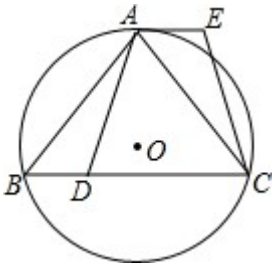
答：如果 A、B 两种机器人各连续搬运 5 小时，B 种机器人比 A 种机器人多搬运了 150 千克．

【点评】本题主要考查的是一次函数的应用，依据待定系数法求得一次函数的解析式是解题的关键．

23．（12 分）已知：如图，⊙O 是△ABC 的外接圆，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AC}$，点 D 在边 BC 上，$AE\parallel BC$，$AE=BD$．

（1）求证：$AD=CE$；

（2）如果点 G 在线段 DC 上（不与点 D 重合），且 $AG=AD$，求证：四边形 $AGCE$ 是平行四边形．



【分析】（1）根据等弧所对的圆周角相等，得出$\angle B=\angle ACB$，再根据全等三角形的判定得$\triangle ABD\cong\triangle CAE$，即可得出$AD=CE$；

（2）连接AO并延长，交边BC于点H，由等腰三角形的性质和外心的性质得出$AH\perp BC$，再由垂径定理得$BH=CH$，得出CG与AE平行且相等．

【解答】证明：（1）在$\odot O$中，

$\because \overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AC}$，

$\therefore AB=AC$，

$\therefore \angle B=\angle ACB$，

$\because AE\parallel BC$，

$\therefore \angle EAC=\angle ACB$，

$\therefore \angle B=\angle EAC$，

在$\triangle ABD$和$\triangle CAE$中，$\begin{cases}AB=CA\\ \angle B=\angle EAC,\\ BD=AE\end{cases}$

$\therefore\triangle ABD\cong\triangle CAE$（$SAS$），

$\therefore AD=CE$；

（2）连接AO并延长，交边BC于点H，

$\because \overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AC}$，$OA$为半径，

$\therefore AH\perp BC$，

$\therefore BH=CH$，

$\because AD=AG$，

$\therefore DH=HG$，

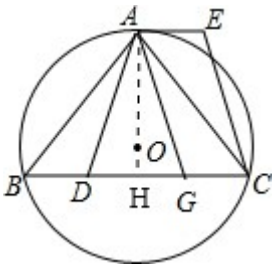
$\therefore BH-DH=CH-GH$，即$BD=CG$，

$\because BD=AE$，

$\therefore CG=AE$，

$\because CG\parallel AE$，

$\therefore$四边形$AGCE$是平行四边形．



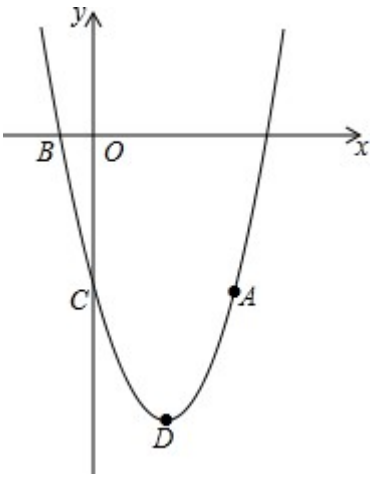
【点评】本题考查了三角形的外接圆与外心以及全等三角形的判定和性质，平行四边形的判定，圆心角、弧、弦之间的关系，把这几个知识点综合运用是解题的关键．

24．（12 分）如图，抛物线 $y=ax^2+bx-5$（$a\neq0$）经过点 A（4，－5），与 x 轴的负半轴交于点 B，与 y 轴交于点 C，且 $OC=5OB$，抛物线的顶点为点 D．

（1）求这条抛物线的表达式；

（2）联结 AB、BC、CD、DA，求四边形 $ABCD$ 的面积；

（3）如果点 E 在 y 轴的正半轴上，且 $\angle BEO=\angle ABC$，求点 E 的坐标．



【分析】（1）先得出 C 点坐标，再由 $OC=5BO$，得出 B 点坐标，将 A、B 两点坐标代入解析式求出 a，b；

（2）分别算出△ABC 和△ACD 的面积，相加即得四边形 $ABCD$ 的面积；

（3）由 $\angle BEO=\angle ABC$ 可知，$\tan\angle BEO=\tan\angle ABC$，过 C 作 AB 边上的高 CH，利用等面积法求出 CH，从而算出 $\tan\angle ABC$，而 BO 是已知的，从而利用 $\tan\angle BEO=\tan\angle ABC$ 可求出 EO 长度，也就求出了 E 点坐标．

【解答】解：（1）∵抛物线 $y=ax^2+bx-5$ 与 y 轴交于点 C，

∴C（0，－5），

∴$OC=5$．

∵$OC=5OB$，

∴$OB=1$，

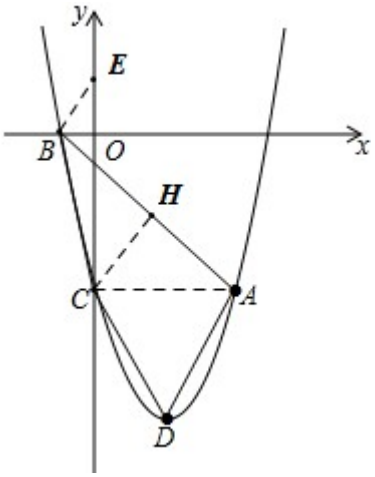
又点B在x轴的负半轴上，

∴B（-1，0）．

∵抛物线经过点A（4，-5）和点B（-1，0），

∴$\begin{cases}16a+4b-5=-5\\a-b-5=0\end{cases}$，解得$\begin{cases}a=1\\b=-4\end{cases}$，

∴这条抛物线的表达式为$y=x^2-4x-5$．



（2）由$y=x^2-4x-5$，得顶点D的坐标为（2，-9）．

连接AC，

∵点A的坐标是（4，-5），点C的坐标是（0，-5），

又$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times4\times5=10$，$S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}\times4\times4=8$，

∴$S_{四边形ABCD}=S_{\triangle ABC}+S_{\triangle ACD}=18$．

（3）过点C作$CH\perp AB$，垂足为点H．

∵$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times AB\times CH=10$，$AB=\sqrt{(-1-4)^2+(0+5)^2}=5\sqrt{2}$，

∴$CH=2\sqrt{2}$，

在$RT\triangle BCH$中，$\angle BHC=90°$，$BC=\sqrt{26}$，$BH=\sqrt{BC^2-CH^2}=3\sqrt{2}$，

∴$\tan\angle CBH=\frac{CH}{BH}=\frac{2}{3}$．

∵在 $RT\triangle BOE$ 中，$\angle BOE=90°$，$\tan\angle BEO=\frac{BO}{EO}$，

∵$\angle BEO=\angle ABC$，

∴$\frac{BO}{EO}=\frac{2}{3}$，得 $EO=\frac{3}{2}$，

∴点 E 的坐标为（0，$\frac{3}{2}$）．

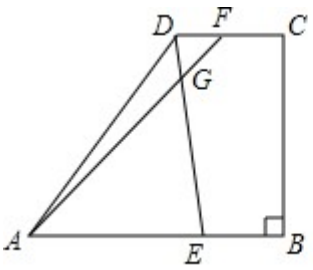
【点评】本题为二次函数综合题，主要考查了待定系数法求二次函数解析式、三角形面积求法、等积变换、勾股定理、正切函数等知识点，难度适中．第（3）问，将角度相等转化为对应的正切函数值相等是解答关键．

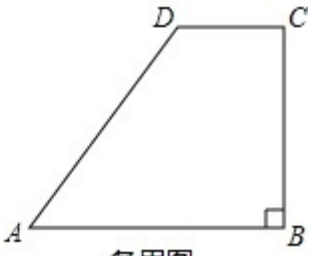
25．（14 分）如图所示，梯形 $ABCD$ 中，$AB\parallel DC$，$\angle B=90°$，$AD=15$，$AB=16$，$BC=12$，点 E 是边 AB 上的动点，点 F 是射线 CD 上一点，射线 ED 和射线 AF 交于点 G，且 $\angle AGE=\angle DAB$．

（1）求线段 CD 的长；

（2）如果$\triangle AEG$ 是以 EG 为腰的等腰三角形，求线段 AE 的长；

（3）如果点 F 在边 CD 上（不与点 C、D 重合），设 $AE=x$，$DF=y$，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出 x 的取值范围．





备用图

【分析】（1）作 $DH\perp AB$ 于 H，如图 1，易得四边形 $BCDH$ 为矩形，则 $DH=BC=12$，$CD=BH$，再利用勾股定理计算出 AH，从而得到 BH 和 CD 的长；

（2）分类讨论：当 $EA=EG$ 时，则$\angle AGE=\angle GAE$，则判断 G 点与 D 点重合，即 $ED=EA$，作 $EM\perp AD$ 于 M，如图 1，则 $AM=\frac{1}{2}AD=\frac{15}{2}$，通过证明 $Rt\triangle AME\backsim Rt\triangle AHD$，利用相似比可计算出此时的 AE 长；当 $GA=GE$ 时，则$\angle AGE=\angle AEG$，可证明 $AE=AD=15$，

（3）作 $DH\perp AB$ 于 H，如图 2，则 $AH=9$，$HE=|x-9|$，先利用勾股定理表示出 $DE=$

$\sqrt{12^2+(x-9)^2}$，再证明△EAG∽△EDA，则利用相似比可表示出EG＝

$\frac{x^2}{\sqrt{12^2+(x-9)^2}}$，则可表示出$DG$，然后证明△$DGF$∽△$EGA$，于是利用相似比可表示出$x$和$y$的关系．

【解答】解：（1）作DH⊥AB于H，如图1，

易得四边形$BCDH$为矩形，

∴DH＝BC＝12，CD＝BH，

在Rt△ADH中，AH＝$\sqrt{AD^2-DH^2}$＝$\sqrt{15^2-12^2}$＝9，

∴BH＝AB﹣AH＝16﹣9＝7，

∴CD＝7；

（2）①EA＝EG时，则∠AGE＝∠GAE，

∵∠AGE＝∠DAB，

∴∠GAE＝∠DAB，

∴G点与D点重合，即ED＝EA，

作EM⊥AD于M，如图1，则AM＝$\frac{1}{2}AD$＝$\frac{15}{2}$，

∵∠MAE＝∠HAD，

∴Rt△AME∽Rt△AHD，

∴AE：AD＝AM：AH，即AE：15＝$\frac{15}{2}$：9，解得AE＝$\frac{25}{2}$；

②GA＝GE时，则∠GAE＝∠AEG，

∵∠AGE＝∠DAB，

而∠AGE＝∠ADG+∠DAG，∠DAB＝∠GAE+∠DAG，

∴∠GAE＝∠ADG，

∴∠AEG＝∠ADG，

∴AE＝AD＝15．

综上所述，△AEC是以EG为腰的等腰三角形时，线段AE的长为$\frac{25}{2}$或15；

（3）作$DH\perp AB$于H，如图2，则$AH=9$，$HE=|x-9|$，

在Rt△HDE中，$DE=\sqrt{DH^2+HE^2}=\sqrt{12^2+(x-9)^2}$，

∵$\angle AGE=\angle DAB$，$\angle AEG=\angle DEA$，

∴△EAG∽△EDA，

∴EG：$AE=AE$：ED，即EG：$x=x$：$\sqrt{12^2+(x-9)^2}$，

∴$EG=\frac{x^2}{\sqrt{12^2+(x-9)^2}}$，

∴$DG=DE-EG=\sqrt{12^2+(x-9)^2}-\frac{x^2}{\sqrt{12^2+(x-9)^2}}$，

∵$DF\parallel AE$，

∴△DGF∽△EGA，

∴DF：$AE=DG$：EG，即y：$x=\left(\sqrt{12^2+(x-9)^2}-\frac{x^2}{\sqrt{12^2+(x-9)^2}}\right)$：

$\frac{x^2}{\sqrt{12^2+(x-9)^2}}$，

∴$y=\frac{225-18x}{x}$（$9<x<\frac{25}{2}$）．

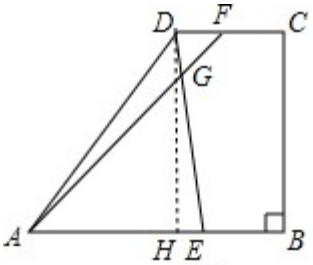


图2

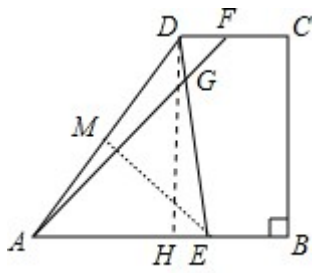


图1

【点评】本题考查了四边形的综合题：熟练掌握梯形的性质等等腰三角形的性质；常把直角梯形化为一个直角三角形和一个矩形解决问题；会利用勾股定理和相似比计算线段的长会运用分类讨论的思想解决数学问题．