2017年上海市中考数学试卷

一、选择题（本大题共6小题，每小题4分，共24分）

1．（4分）下列实数中，无理数是（　　）

A．0　　B．$\sqrt{2}$　　C．－2　　D．$\frac{2}{7}$

2．（4分）下列方程中，没有实数根的是（　　）

A．$x^2-2x=0$　　B．$x^2-2x-1=0$　　C．$x^2-2x+1=0$　　D．$x^2-2x+2=0$

3．（4分）如果一次函数$y=kx+b$（k、b是常数，$k\neq0$）的图象经过第一、二、四象限，那么k、b应满足的条件是（　　）

A．$k>0$，且$b>0$　　B．$k<0$，且$b>0$　　C．$k>0$，且$b<0$　　D．$k<0$，且$b<0$

4．（4分）数据2、5、6、0、6、1、8的中位数和众数分别是（　　）

A．0和6　　B．0和8　　C．5和6　　D．5和8

5．（4分）下列图形中，既是轴对称又是中心对称图形的是（　　）

A．菱形　　B．等边三角形

C．平行四边形　　D．等腰梯形

6．（4分）已知平行四边形$ABCD$，AC、BD是它的两条对角线，那么下列条件中，能判断这个平行四边形为矩形的是（　　）

A．$\angle BAC=\angle DCA$　　B．$\angle BAC=\angle DAC$　　C．$\angle BAC=\angle ABD$　　D．$\angle BAC=\angle ADB$

二、填空题（本大题共12小题，每小题4分，共48分）

7．（4分）计算：$2a\cdot a^2=$_____．

8．（4分）不等式组$\begin{cases}2x>6\\x-2>0\end{cases}$的解集是_____．

9．（4分）方程$\sqrt{2x-3}=1$的解是_____．

10．（4分）如果反比例函数$y=\frac{k}{x}$（k是常数，$k\neq0$）的图象经过点（2，3），那么在这个函数图象所在的每个象限内，y的值随x的值增大而_____．（填“增大”或“减小”）

11．（4分）某市前年$PM2.5$的年均浓度为50微克/立方米，去年比前年下降了10%，如果今年$PM2.5$的年均浓度比去年也下降10%，那么今年$PM2.5$的年均浓度将是_____微

克/立方米．

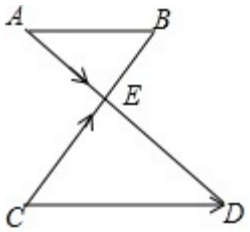
12．（4分）不透明的布袋里有2个黄球、3个红球、5个白球，它们除颜色外其它都相同，那么从布袋中任意摸出一球恰好为红球的概率是 _____．

13．（4分）已知一个二次函数的图象开口向上，顶点坐标为（0，﹣1），那么这个二次函数的解析式可以是 _____．（只需写一个）

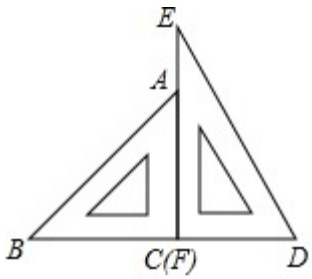
14．（4分）某企业今年第一季度各月份产值占这个季度总产值的百分比如图所示，又知二月份产值是72万元，那么该企业第一季度月产值的平均数是_____万元．



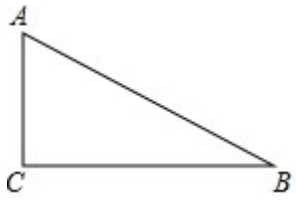
15．（4分）如图，已知 $AB \parallel CD$，$CD=2AB$，AD、BC 相交于点 E，设 $\overrightarrow{AE}=\vec{a}$，$\overrightarrow{CE}=\vec{b}$，那么向量 $\overrightarrow{CD}$ 用向量 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 表示为_____．



16．（4分）一副三角尺按如图的位置摆放（顶点 C 与 F 重合，边 CA 与边 FE 叠合，顶点 B、C、D 在一条直线上）．将三角尺 DEF 绕着点 F 按顺时针方向旋转 $n°$ 后（$0<n<180$），如果 $EF \parallel AB$，那么 n 的值是 _____．



17．（4分）如图，已知 Rt$\triangle ABC$，$\angle C=90°$，$AC=3$，$BC=4$．分别以点 A、B 为圆心画圆．如果点 C 在$\odot A$ 内，点 B 在$\odot A$ 外，且$\odot B$ 与$\odot A$ 内切，那么$\odot B$ 的半径长 r 的取值范围是_____．



18．（4 分）我们规定：一个正 n 边形（n 为整数，$n\geqslant 4$）的最短对角线与最长对角线长度的比值叫做这个正 n 边形的“特征值”，记为 λ_n，那么 $\lambda_6=$_____．

三、解答题（本大题共 7 小题，共 78 分）

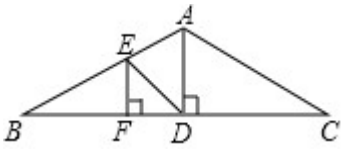
19．（10 分）计算：$\sqrt{18}+(\sqrt{2}-1)^2-\frac{1}{9^2}+(\frac{1}{2})^{-1}$．

20．（10 分）解方程：$\frac{3}{x^2-3x}-\frac{1}{x-3}=1$．

21．（10 分）如图，一座钢结构桥梁的框架是△ABC，水平横梁 BC 长 18 米，中柱 AD 高 6 米，其中 D 是 BC 的中点，且 $AD\perp BC$．

（1）求 $\sin B$ 的值；

（2）现需要加装支架 DE、EF，其中点 E 在 AB 上，$BE=2AE$，且 $EF\perp BC$，垂足为点 F，求支架 DE 的长．



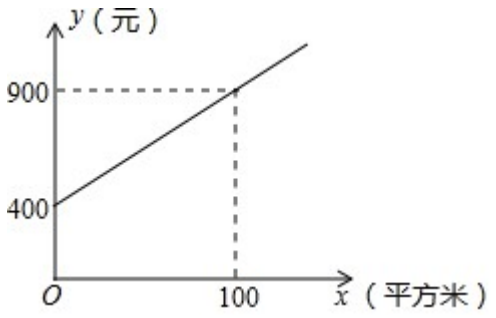
22．（10 分）甲、乙两家绿化养护公司各自推出了校园绿化养护服务的收费方案．

甲公司方案：每月的养护费用 y（元）与绿化面积 x（平方米）是一次函数关系，如图所示．

乙公司方案：绿化面积不超过 1000 平方米时，每月收取费用 5500 元；绿化面积超过 1000 平方米时，每月在收取 5500 元的基础上，超过部分每平方米收取 4 元．

（1）求如图所示的 y 与 x 的函数解析式：（不要求写出定义域）；

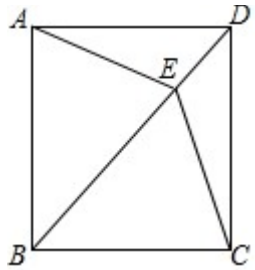
（2）如果某学校目前的绿化面积是 1200 平方米，试通过计算说明：选择哪家公司的服务，每月的绿化养护费用较少．



23．（12 分）已知：如图，四边形 $ABCD$ 中，$AD \parallel BC$，$AD=CD$，E 是对角线 BD 上一点且 $EA=EC$．

（1）求证：四边形 $ABCD$ 是菱形；

（2）如果 $BE=BC$，且 $\angle CBE:\angle BCE=2:3$，求证：四边形 $ABCD$ 是正方形．

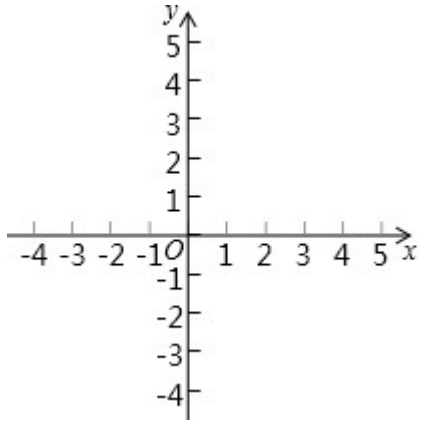


24．（12 分）已知在平面直角坐标系 xOy 中（如图），已知抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 经过点 A（2，2），对称轴是直线 $x=1$，顶点为 B．

（1）求这条抛物线的表达式和点 B 的坐标；

（2）点 M 在对称轴上，且位于顶点上方，设它的纵坐标为 m，联结 AM，用含 m 的代数式表示 $\angle AMB$ 的余切值；

（3）将该抛物线向上或向下平移，使得新抛物线的顶点 C 在 x 轴上．原抛物线上一点 P 平移后的对应点为点 Q，如果 $OP=OQ$，求点 Q 的坐标．



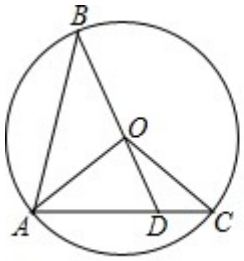
25．（14 分）如图，已知 $\odot O$ 的半径长为 1，AB、AC 是 $\odot O$ 的两条弦，且 $AB=AC$，BO

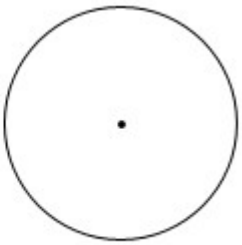
的延长线交 AC 于点 D，联结 OA、OC．

（1）求证：$\triangle OAD\backsim\triangle ABD$；

（2）当 $\triangle OCD$ 是直角三角形时，求 B、C 两点的距离；

（3）记 $\triangle AOB$、$\triangle AOD$、$\triangle COD$ 的面积分别为 S_1、S_2、S_3，如果 S_2 是 S_1 和 S_3 的比例中项，求 OD 的长．





备用图

2017年上海市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共6小题，每小题4分，共24分）

1．（4分）下列实数中，无理数是（　　）

A．0　　B．$\sqrt{2}$　　C．－2　　D．$\frac{2}{7}$

【分析】根据无理数、有理数的定义即可判定选择项．

【解答】解：0，－2，$\frac{2}{7}$是有理数，

$\sqrt{2}$是无理数，

故选：*B*．

【点评】此题主要考查了无理数的定义，注意带根号的要开不尽方才是无理数，无限不循环小数为无理数．如π，$\sqrt{6}$，0.8080080008...（每两个8之间依次多1个0）等形式．

2．（4分）下列方程中，没有实数根的是（　　）

A．$x^2-2x=0$　　B．$x^2-2x-1=0$　　C．$x^2-2x+1=0$　　D．$x^2-2x+2=0$

【分析】分别计算各方程的根的判别式的值，然后根据判别式的意义判定方程根的情况即可．

【解答】解：*A*、$\Delta=(-2)^2-4\times1\times0=4>0$，方程有两个不相等的实数根，所以*A*选项错误；

B、$\Delta=(-2)^2-4\times1\times(-1)=8>0$，方程有两个不相等的实数根，所以*B*选项错误；

C、$\Delta=(-2)^2-4\times1\times1=0$，方程有两个相等的实数根，所以*C*选项错误；

D、$\Delta=(-2)^2-4\times1\times2=-4<0$，方程没有实数根，所以*D*选项正确．

故选：*D*．

【点评】本题考查了根的判别式：一元二次方程$ax^2+bx+c=0$（$a\neq0$）的根与$\Delta=b^2-4ac$有如下关系：当$\Delta>0$时，方程有两个不相等的实数根；当$\Delta=0$时，方程有两个相等的实数根；当$\Delta<0$时，方程无实数根．

3．（4分）如果一次函数$y=kx+b$（*k*、*b*是常数，$k\neq0$）的图象经过第一、二、四象限，那么*k*、*b*应满足的条件是（　　）

A．$k>0$，且$b>0$　　B．$k<0$，且$b>0$　　C．$k>0$，且$b<0$　　D．$k<0$，且$b<0$

【分析】根据一次函数的性质得出即可．

【解答】解：∵一次函数$y=kx+b$（k、b是常数，$k\neq0$）的图象经过第一、二、四象限，

∴$k<0$，$b>0$，

故选：B．

【点评】本题考查了一次函数的性质和图象，能熟记一次函数的性质是解此题的关键．

4．（4分）数据2、5、6、0、6、1、8的中位数和众数分别是（　　）

A．0和6　　B．0和8　　C．5和6　　D．5和8

【分析】将题目中的数据按照从小到大排列，从而可以得到这组数据的众数和中位数，本题得以解决．

【解答】解：将2、5、6、0、6、1、8按照从小到大排列是：

0，1，2，5，6，6，8，

位于中间位置的数为5，

故中位数为5，

数据6出现了2次，最多，

故这组数据的众数是6，中位数是5，

故选：C．

【点评】本题考查众数和中位数，解题的关键是明确众数和中位数的定义，会找一组数据的众数和中位数．

5．（4分）下列图形中，既是轴对称又是中心对称图形的是（　　）

A．菱形　　B．等边三角形

C．平行四边形　　D．等腰梯形

【分析】根据轴对称图形和中心对称图形对各选项分析判断即可得解．

【解答】解：A、菱形既是轴对称又是中心对称图形，故本选项正确；

B、等边三角形是轴对称，不是中心对称图形，故本选项错误；

C、平行四边形不是轴对称，是中心对称图形，故本选项错误；

D、等腰梯形是轴对称，不是中心对称图形，故本选项错误．

故选：A．

【点评】本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念．轴对称图形的关键是寻找对称

轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合．

6．（4 分）已知平行四边形 $ABCD$，AC、BD 是它的两条对角线，那么下列条件中，能判断这个平行四边形为矩形的是（　　）

A．$\angle BAC=\angle DCA$　B．$\angle BAC=\angle DAC$　C．$\angle BAC=\angle ABD$　D．$\angle BAC=\angle ADB$

【分析】由矩形和菱形的判定方法即可得出答案．

【解答】解：A、$\angle BAC=\angle DCA$，不能判断四边形 $ABCD$ 是矩形；

B、$\angle BAC=\angle DAC$，能判定四边形 $ABCD$ 是菱形；不能判断四边形 $ABCD$ 是矩形；

C、$\angle BAC=\angle ABD$，能得出对角线相等，能判断四边形 $ABCD$ 是矩形；

D、$\angle BAC=\angle ADB$，不能判断四边形 $ABCD$ 是矩形；

故选：C．

【点评】本题考查了矩形的判定、平行四边形的性质、菱形的判定；熟练掌握矩形的判定是解决问题的关键．

二、填空题（本大题共 12 小题，每小题 4 分，共 48 分）

7．（4 分）计算：$2a\cdot a^2=$ $2a^3$ ．

【分析】根据单项式与单项式相乘，把他们的系数分别相乘，相同字母的指数分别相加，其余字母连同他的指数不变，作为积的因式，计算即可．

【解答】解：$2a\cdot a^2=2\times 1a\cdot a^2=2a^3$．

故答案为：$2a^3$．

【点评】本题考查了单项式与单项式相乘，熟练掌握运算法则是解题的关键．

8．（4 分）不等式组 $\begin{cases}2x>6\\x-2>0\end{cases}$ 的解集是 $x>3$ ．

【分析】分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集．

【解答】解：解不等式 $2x>6$，得：$x>3$，

解不等式 $x-2>0$，得：$x>2$，

则不等式组的解集为 $x>3$，

故答案为：$x>3$．

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组，正确求出每一个不等式解集是基础，熟知

“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键．

9．（4分）方程$\sqrt{2x-3}=1$的解是 __$x=2$__ ．

【分析】根据无理方程的解法，首先，两边平方，解出x的值，然后，验根解答出即可．

【解答】解：$\sqrt{2x-3}=1$，

两边平方得，$2x-3=1$，

解得，$x=2$；

经检验，$x=2$是方程的根；

故答案为$x=2$．

【点评】本题考查了无理方程的解法，解无理方程的基本思想是把无理方程转化为有理方程来解，在变形时要注意根据方程的结构特征选择解题方法，解无理方程，往往会产生增根，应注意验根．

10．（4分）如果反比例函数$y=\frac{k}{x}$（k是常数，$k\neq0$）的图象经过点（2，3），那么在这个函数图象所在的每个象限内，y的值随x的值增大而 __减小__ ．（填“增大”或“减小”）

【分析】先根据题意得出k的值，再由反比例函数的性质即可得出结论．

【解答】解：∵反比例函数$y=\frac{k}{x}$（k是常数，$k\neq0$）的图象经过点（2，3），

∴$k=2\times3=6>0$，

∴在这个函数图象所在的每个象限内，y的值随x的值增大而减小．

故答案为：减小．

【点评】本题考查的是反比例函数的性质，熟知反比例函数的增减性是解答此题的关键．

11．（4分）某市前年$PM2.5$的年均浓度为50微克/立方米，去年比前年下降了10%，如果今年$PM2.5$的年均浓度比去年也下降10%，那么今年$PM2.5$的年均浓度将是 __40.5__ 微克/立方米．

【分析】根据增长率问题的关系式得到算式$50\times(1-10\%)^2$，再根据有理数的混合运算的顺序和计算法则计算即可求解．

【解答】解：依题意有

$50\times(1-10\%)^2$

$=50\times0.9^2$

＝50×0.81

＝40.5（微克/立方米）．

答：今年 *PM*2.5 的年均浓度将是 40.5 微克/立方米．

故答案为：40.5．

【点评】考查了有理数的混合运算，关键是熟练掌握增长率问题的关系式．

12．（4 分）不透明的布袋里有 2 个黄球、3 个红球、5 个白球，它们除颜色外其它都相同，那么从布袋中任意摸出一球恰好为红球的概率是 __$\frac{3}{10}$__．

【分析】由在不透明的袋中装有 2 个黄球、3 个红球、5 个白球，它们除颜色外其它都相同，直接利用概率公式求解，即可得到任意摸出一球恰好为红球的概率．

【解答】解：∵在不透明的袋中装有 2 个黄球、3 个红球、5 个白球，它们除颜色外其它都相同，

∴从这不透明的袋里随机摸出一个球，所摸到的球恰好为红球的概率是：$\frac{3}{2+3+5}=\frac{3}{10}$．

故答案为：$\frac{3}{10}$．

【点评】此题考查了概率公式的应用．解题时注意：概率＝所求情况数与总情况数之比．

13．（4 分）已知一个二次函数的图象开口向上，顶点坐标为（0，﹣1），那么这个二次函数的解析式可以是 __$y=2x^2-1$__．（只需写一个）

【分析】根据顶点坐标知其解析式满足 $y=ax^2-1$，由开口向上知 $a>0$，据此写出一个即可．

【解答】解：∵抛物线的顶点坐标为（0，﹣1），

∴该抛武线的解析式为 $y=ax^2-1$，

又∵二次函数的图象开口向上，

∴$a>0$，

∴这个二次函数的解析式可以是 $y=2x^2-1$，

故答案为：$y=2x^2-1$．

【点评】本题主要考查待定系数法求函数解析式，熟练掌握抛物线的顶点式是解题的关键．

14．（4 分）某企业今年第一季度各月份产值占这个季度总产值的百分比如图所示，又知

二月份产值是 72 万元，那么该企业第一季度月产值的平均数是__ 80 __万元．



【分析】利用二月份的产值除以对应的百分比求得第一季度的总产值，然后求得平均数．

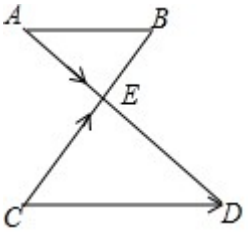
【解答】解：第一季度的总产值是 72÷（1﹣45%﹣25%）＝240（万元），

则该企业第一季度月产值的平均值是$\frac{1}{3}$×240＝80（万元）．

故答案为：80．

【点评】本题考查了扇形统计图，扇形统计图是用整个圆表示总数用圆内各个扇形的大小表示各部分数量占总数的百分数．通过扇形统计图可以很清楚地表示出各部分数量同总数之间的关系．用整个圆的面积表示总数（单位 1），用圆的扇形面积表示各部分占总数的百分数．

15．（4 分）如图，已知 $AB \parallel CD$，$CD=2AB$，AD、BC 相交于点 E，设 $\overrightarrow{AE}=\vec{a}$，$\overrightarrow{CE}=\vec{b}$，那么向量 $\overrightarrow{CD}$ 用向量 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 表示为__ $\vec{b}+2\vec{a}$ __．



【分析】根据 $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CE}+\overrightarrow{ED}$，只要求出 $\overrightarrow{ED}$ 即可解决问题．

【解答】解：∵$AB \parallel CD$，

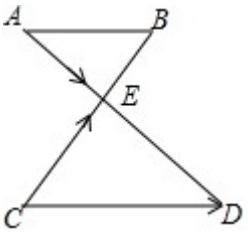
∴$\frac{AB}{CD}=\frac{AE}{ED}=\frac{1}{2}$，

∴$ED=2AE$，

∵$\overrightarrow{AE}=\vec{a}$，

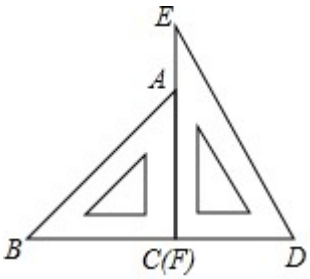
∴$\overrightarrow{ED}=2\vec{a}$，

∴$\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CE}+\overrightarrow{ED}=\vec{b}+2\vec{a}$．



【点评】本题考查平面向量、平行线的性质等知识，解题的关键是熟练掌握三角形法则求向量，属于基础题．

16．（4分）一副三角尺按如图的位置摆放（顶点 C 与 F 重合，边 CA 与边 FE 叠合，顶点 B、C、D 在一条直线上）．将三角尺 DEF 绕着点 F 按顺时针方向旋转 $n°$ 后（$0<n<180$），如果 $EF\parallel AB$，那么 n 的值是 __45__．



【分析】分两种情形讨论，分别画出图形求解即可．

【解答】解：①如图1中，$EF\parallel AB$ 时，$\angle ACE=\angle A=45°$，

∴旋转角 $n=45$ 时，$EF\parallel AB$．

②如图2中，$EF\parallel AB$ 时，$\angle ACE+\angle A=180°$，

∴$\angle ACE=135°$

∴旋转角 $n=360-135=225$，

∵$0<n<180$，

∴此种情形不合题意，

故答案为45

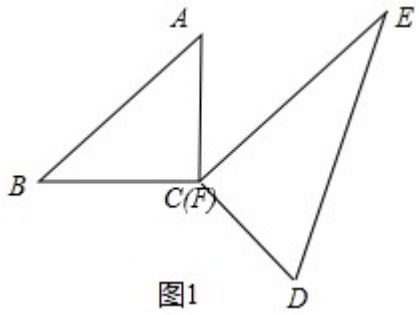


图1

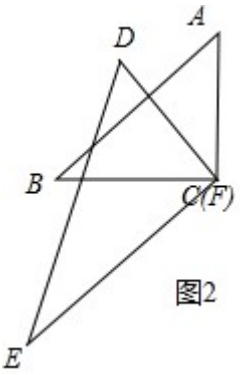
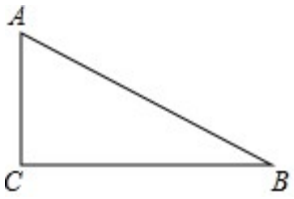


图2

【点评】本题考查旋转变换、平行线的性质等知识，解题的关键是学会用分类讨论的思想思考问题，属于中考常考题型．

17．（4 分）如图，已知 Rt△ABC，∠C＝90°，AC＝3，BC＝4．分别以点 A、B 为圆心画圆．如果点 C 在⊙A 内，点 B 在⊙A 外，且⊙B 与⊙A 内切，那么⊙B 的半径长 r 的取值范围是__ 8＜r＜10 __．



【分析】先计算两个分界处 r 的值：即当 C 在⊙A 上和当 B 在⊙A 上，再根据图形确定 r 的取值．

【解答】解：如图 1，当 C 在⊙A 上，⊙B 与⊙A 内切时，

⊙A 的半径为：AC＝AD＝3，

⊙B 的半径为：r＝AB+AD＝5+3＝8；

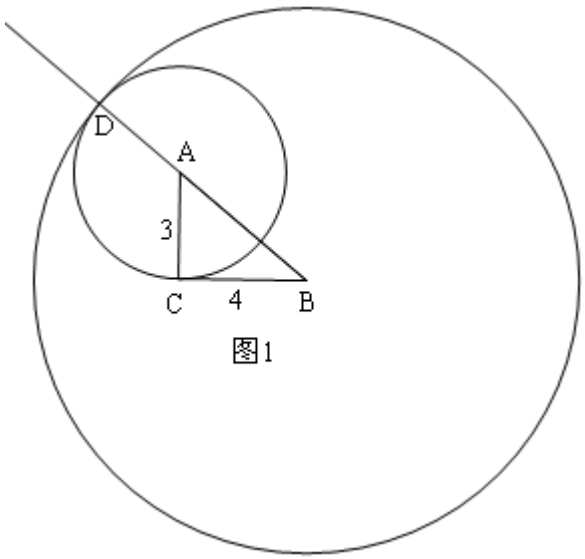


图1

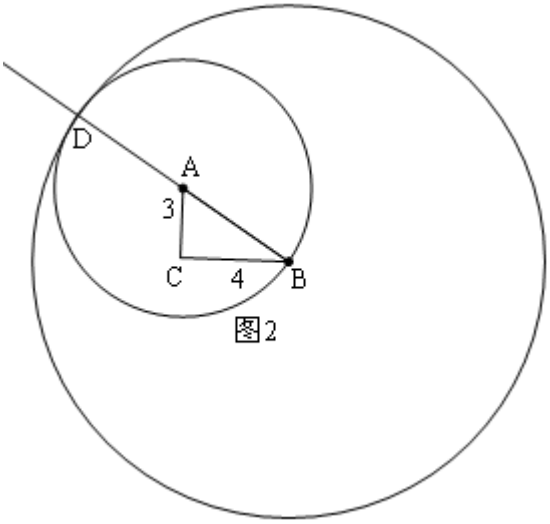


图2

如图2，当B在⊙A上，⊙B与⊙A内切时，

⊙A的半径为：$AB=AD=5$，

⊙B的半径为：$r=2AB=10$；

∴⊙B的半径长r的取值范围是：$8<r<10$．

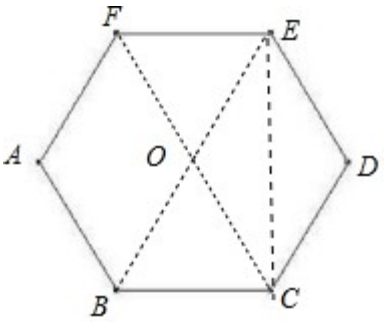
故答案为：$8<r<10$．

【点评】本题考查了圆与圆的位置关系和点与圆的位置关系和勾股定理，明确两圆内切时，两圆的圆心连线过切点，注意当C在⊙A上时，半径为3，所以当⊙A半径大于3时，C在⊙A内；当B在⊙A上时，半径为5，所以当⊙A半径小于5时，B在⊙A外．

18．（4分）我们规定：一个正n边形（n为整数，$n\geqslant 4$）的最短对角线与最长对角线长度的比值叫做这个正n边形的“特征值”，记为λ_n，那么$\lambda_6=$__$\frac{\sqrt{3}}{2}$__．

【分析】如图，正六边形$ABCDEF$中，对角线BE、CF交于点O，连接EC．易知BE是正六边形最长的对角线，EC是正六边形的最短的对角线，只要证明△BEC是直角三角形即可解决问题．

【解答】解：如图，正六边形$ABCDEF$中，对角线BE、CF交于点O，连接EC．



易知 BE 是正六边形最长的对角线，EC 是正六边形的最短的对角线，

∵△OBC 是等边三角形，

∴∠OBC＝∠OCB＝∠BOC＝60°，

∵OE＝OC，

∴∠OEC＝∠OCE，

∵∠BOC＝∠OEC+∠OCE，

∴∠OEC＝∠OCE＝30°，

∴∠BCE＝90°，

∴△BEC 是直角三角形，

∴$\frac{EC}{BE}=\cos 30°=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

∴$\lambda_6=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

故答案为$\frac{\sqrt{3}}{2}$．

【点评】本题考查正多边形与圆、等边三角形的性质、锐角三角函数等知识，解题的关键是理解题意，学会添加常用辅助线，构造特殊三角形解决问题．

三、解答题（本大题共 7 小题，共 78 分）

19．（10 分）计算：$\sqrt{18}+(\sqrt{2}-1)^2-\frac{1}{9^2}+(\frac{1}{2})^{-1}$．

【分析】根据负整数指数幂和分数指数幂的意义计算．

【解答】解：原式＝$3\sqrt{2}+2-2\sqrt{2}+1-3+2$

＝$\sqrt{2}+2$．

【点评】本题考查了二次根式的混合运算：先把二次根式化为最简二次根式，然后进行二次根式的乘除运算，再合并即可．在二次根式的混合运算中，如能结合题目特点，灵活运用二次根式的性质，选择恰当的解题途径，往往能事半功倍．

20．（10 分）解方程：$\frac{3}{x^2-3x}-\frac{1}{x-3}=1$．

【分析】两边乘 x（$x-3$）把分式方程转化为整式方程即可解决问题．

【解答】解：两边乘 x（$x-3$）得到 $3-x=x^2-3x$，

∴$x^2-2x-3=0$，

∴（$x-3$）（$x+1$）＝0，

∴x＝3 或 -1，

经检验 x＝3 是原方程的增根，

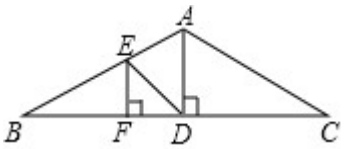
∴原方程的解为 $x=-1$．

【点评】本题考查解分式方程，解题的关键是熟练掌握解分式方程的步骤，注意解分式方程必须检验．

21．（10 分）如图，一座钢结构桥梁的框架是△ABC，水平横梁 BC 长 18 米，中柱 AD 高 6 米，其中 D 是 BC 的中点，且 $AD\perp BC$．

（1）求 $\sin B$ 的值；

（2）现需要加装支架 DE、EF，其中点 E 在 AB 上，$BE=2AE$，且 $EF\perp BC$，垂足为点 F，求支架 DE 的长．



【分析】（1）在 Rt△ABD 中，利用勾股定理求出 AB，再根据 $\sin B=\frac{AD}{AB}$计算即可；

（2）由 $EF\parallel AD$，$BE=2AE$，可得$\frac{EF}{AD}=\frac{BF}{BD}=\frac{BE}{BA}=\frac{2}{3}$，求出 EF、DF 即可利用勾股定理解决问题；

【解答】解：（1）在 Rt△ABD 中，∵$BD=DC=9m$，$AD=6m$，

∴$AB=\sqrt{BD^2+AD^2}=\sqrt{9^2+6^2}=3\sqrt{13}m$，

∴$\sin B=\frac{AD}{AB}=\frac{6}{3\sqrt{13}}=\frac{2\sqrt{13}}{13}$．

（2）∵$EF\parallel AD$，$BE=2AE$，

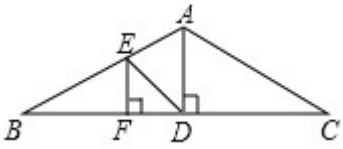
∴$\frac{EF}{AD}=\frac{BF}{BD}=\frac{BE}{BA}=\frac{2}{3}$，

∴$\frac{EF}{6}=\frac{BF}{9}=\frac{2}{3}$，

∴$EF=4m$，$BF=6m$，

∴$DF=3m$，

在 Rt△DEF 中，$DE=\sqrt{EF^2+DF^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5m$．



【点评】本题考查解直角三角形的应用，平行线分线段成比例定理等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型．

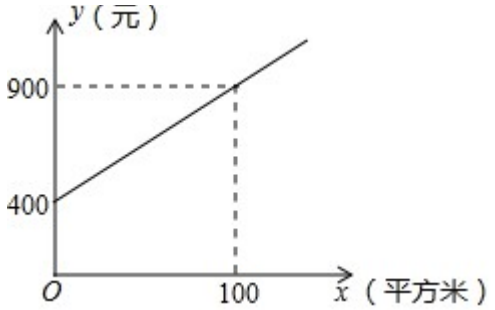
22．（10 分）甲、乙两家绿化养护公司各自推出了校园绿化养护服务的收费方案．

甲公司方案：每月的养护费用 y（元）与绿化面积 x（平方米）是一次函数关系，如图所示．

乙公司方案：绿化面积不超过 1000 平方米时，每月收取费用 5500 元；绿化面积超过 1000 平方米时，每月在收取 5500 元的基础上，超过部分每平方米收取 4 元．

（1）求如图所示的 y 与 x 的函数解析式：（不要求写出定义域）；

（2）如果某学校目前的绿化面积是 1200 平方米，试通过计算说明：选择哪家公司的服务，每月的绿化养护费用较少．



【分析】（1）利用待定系数法即可解决问题；

（2）绿化面积是 1200 平方米时，求出两家的费用即可判断；

【解答】解：（1）设 $y=kx+b$，则有 $\begin{cases}b=400\\100k+b=900\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}k=5\\b=400\end{cases}$，

∴$y=5x+400$．

（2）绿化面积是 1200 平方米时，甲公司的费用为 6400 元，乙公司的费用为 5500+4×200＝6300 元，

∵6300＜6400

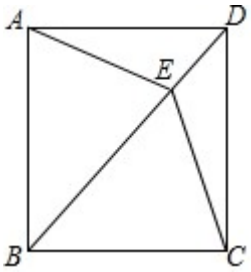
∴选择乙公司的服务，每月的绿化养护费用较少．

【点评】本题主要考查一次函数的应用．此题属于图象信息识别和方案选择问题．正确识图是解好题目的关键．

23．（12 分）已知：如图，四边形 $ABCD$ 中，$AD \parallel BC$，$AD=CD$，E 是对角线 BD 上一点且 $EA=EC$．

（1）求证：四边形 $ABCD$ 是菱形；

（2）如果 $BE=BC$，且 $\angle CBE:\angle BCE=2:3$，求证：四边形 $ABCD$ 是正方形．



【分析】（1）首先证得 $\triangle ADE \cong \triangle CDE$，由全等三角形的性质可得 $\angle ADE=\angle CDE$，由 $AD \parallel BC$ 可得 $\angle ADE=\angle CBD$，易得 $\angle CDB=\angle CBD$，可得 $BC=CD$，易得 $AD=BC$，利用平行线的判定定理可得四边形 $ABCD$ 为平行四边形，由 $AD=CD$ 可得四边形 $ABCD$ 是菱形；

（2）由 $BE=BC$ 可得 $\triangle BEC$ 为等腰三角形，可得 $\angle BCE=\angle BEC$，利用三角形的内角和定理可得 $\angle CBE=180\times\frac{1}{4}=45°$，易得 $\angle ABE=45°$，可得 $\angle ABC=90°$，由正方形的判定定理可得四边形 $ABCD$ 是正方形．

【解答】证明：（1）在 $\triangle ADE$ 与 $\triangle CDE$ 中，

$$\begin{cases} AD=CD \\ DE=DE, \\ EA=EC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CDE$，

$\therefore \angle ADE=\angle CDE$，

$\because AD \parallel BC$，

$\therefore \angle ADE=\angle CBD$，

$\therefore \angle CDE=\angle CBD$，

∴$BC=CD$，

∵$AD=CD$，

∴$BC=AD$，

∴四边形$ABCD$为平行四边形，

∵$AD=CD$，

∴四边形$ABCD$是菱形；

（2）∵$BE=BC$

∴$\angle BCE=\angle BEC$，

∵$\angle CBE$：$\angle BCE=2$：3，

∴$\angle CBE=180\times\frac{2}{2+3+3}=45°$，

∵四边形$ABCD$是菱形，

∴$\angle ABE=45°$，

∴$\angle ABC=90°$，

∴四边形$ABCD$是正方形．

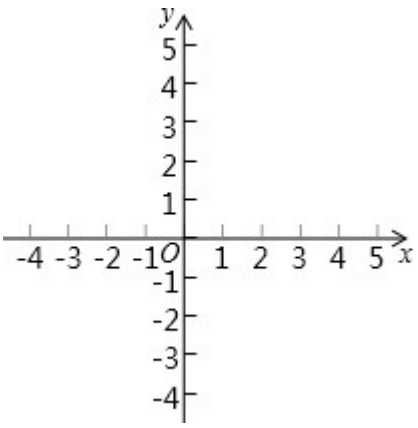
【点评】本题主要考查了正方形与菱形的判定及性质定理，熟练掌握定理是解答此题的关键．

24．（12分）已知在平面直角坐标系xOy中（如图），已知抛物线$y=-x^2+bx+c$经过点A（2，2），对称轴是直线$x=1$，顶点为B．

（1）求这条抛物线的表达式和点B的坐标；

（2）点M在对称轴上，且位于顶点上方，设它的纵坐标为m，联结AM，用含m的代数式表示$\angle AMB$的余切值；

（3）将该抛物线向上或向下平移，使得新抛物线的顶点C在x轴上．原抛物线上一点P平移后的对应点为点Q，如果$OP=OQ$，求点Q的坐标．



【分析】（1）依据抛物线的对称轴方程可求得 b 的值，然后将点 A 的坐标代入 $y=-x^2+2x+c$ 可求得 c 的值；

（2）过点 A 作 $AC\perp BM$，垂足为 C，从而可得到 $AC=1$，$MC=m-2$，最后利用锐角三角函数的定义求解即可；

（3）由平移后抛物线的顶点在 x 轴上可求得平移的方向和距离，故此 $QP=3$，然后由点 $QO=PO$，$QP\parallel y$ 轴可得到点 Q 和 P 关于 x 对称，可求得点 Q 的纵坐标，将点 Q 的纵坐标代入平移后的解析式可求得对应的 x 的值，则可得到点 Q 的坐标．

【解答】解：（1）∵抛物线的对称轴为 $x=1$，

∴$x=-\frac{b}{2a}=1$，即$\frac{-b}{2\times(-1)}=1$，解得 $b=2$．

∴$y=-x^2+2x+c$．

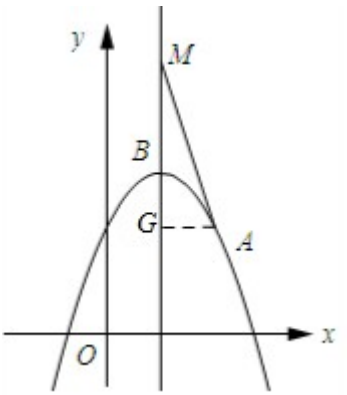
将 A（2，2）代入得：$-4+4+c=2$，解得：$c=2$．

∴抛物线的解析式为 $y=-x^2+2x+2$．

配方得：$y=-(x-1)^2+3$．

∴抛物线的顶点坐标为（1，3）．

（2）如图所示：过点 A 作 $AG\perp BM$，垂足为 G，则 $AG=1$，G（1，2）．



∵M（1，m），G（1，2），

∴$MG=m-2$．

∴$\cot\angle AMB=\frac{GM}{AG}=m-2$．

（3）∵抛物线的顶点坐标为（1，3），平移后抛物线的顶点坐标在x轴上，

∴抛物线向下平移了3个单位．

∴平移后抛物线的解析式为$y=-x^2+2x-1$，$PQ=3$．

∵$OP=OQ$，

∴点O在PQ的垂直平分线上．

又∵$QP\parallel y$轴，

∴点Q与点P关于x轴对称．

∴点Q的纵坐标为$-\frac{3}{2}$．

将$y=-\frac{3}{2}$代入$y=-x^2+2x-1$得：$-x^2+2x-1=-\frac{3}{2}$，解得：$x=\frac{2+\sqrt{6}}{2}$或$x=\frac{2-\sqrt{6}}{2}$．

∴点Q的坐标为（$\frac{2+\sqrt{6}}{2}$，$-\frac{3}{2}$）或（$\frac{2-\sqrt{6}}{2}$，$-\frac{3}{2}$）．

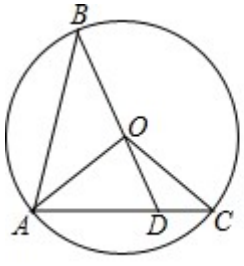
【点评】本题主要考查的是二次函数的综合应用，解答本题主要应用了待定系数法求二次函数的解析式、锐角三角函数的定义、二次函数的平移规律、线段垂直平分线的性质，发现点Q与点P关于x轴对称，从而得到点Q的纵坐标是解题的关键．

25．（14分）如图，已知⊙O的半径长为1，AB、AC是⊙O的两条弦，且$AB=AC$，BO的延长线交AC于点D，联结OA、OC．

（1）求证：△OAD∽△ABD；

（2）当△OCD是直角三角形时，求B、C两点的距离；

（3）记△AOB、△AOD、△COD的面积分别为S_1、S_2、S_3，如果S_2是S_1和S_3的比例中项，求OD的长．





备用图

【分析】（1）由△AOB≌△AOC，推出∠C＝∠B，由OA＝OC，推出∠OAC＝∠C＝∠B，由∠ADO＝∠ADB，即可证明△OAD∽△ABD；

（2）如图 2 中，当△OCD 是直角三角形时，需要分类讨论解决问题；

（3）如图 3 中，作 OH⊥AC 于 H，设 OD＝x．想办法用 x 表示 AD、AB、CD，再证明 AD^2＝AC · CD，列出方程即可解决问题；

【解答】（1）证明：如图 1 中，

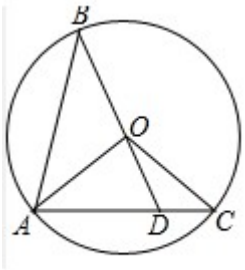


图1

在△AOB 和△AOC 中，

$$\begin{cases} OA=OA \\ AB=AC, \\ OB=OC \end{cases}$$

∴△AOB≌△AOC，

∴∠C＝∠B，

∵OA＝OC，

∴∠OAC＝∠C＝∠B，

∵∠ADO＝∠ADB，

∴△OAD∽△ABD．

（2）如图 2 中，①当∠ODC＝90°时，

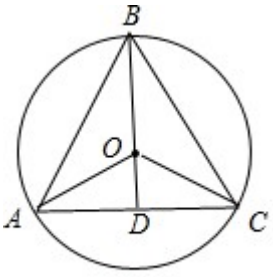


图2

∵BD⊥AC，OA＝OC，

∴$AD=DC$，

∴$BA=BC=AC$，

∴△ABC 是等边三角形，

在 Rt△OAD 中，∵$OA=1$，$\angle OAD=30°$，

∴$OD=\frac{1}{2}OA=\frac{1}{2}$，

∴$AD=\sqrt{OA^2-OD^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

∴$BC=AC=2AD=\sqrt{3}$．

②$\angle COD=90°$，$\angle BOC=90°$，$BC=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，

③$\angle OCD$ 显然≠90°，不需要讨论．

综上所述，$BC=\sqrt{3}$或$\sqrt{2}$．

（3）如图 3 中，作 $OH\perp AC$ 于 H，设 $OD=x$．

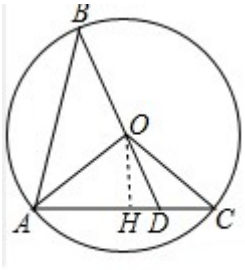


图3

∵△DAO∽△DBA，

∴$\frac{AD}{DB}=\frac{OD}{AD}=\frac{OA}{AB}$，

∴$\frac{AD}{x+1}=\frac{x}{AD}=\frac{1}{AB}$，

∴$AD=\sqrt{x(x+1)}$，$AB=\frac{\sqrt{x(x+1)}}{x}$，

∵S_2 是 S_1 和 S_3 的比例中项，

∴$S_2^2=S_1\cdot S_3$，

∵$S_2=\frac{1}{2}AD\cdot OH$，$S_1=S_{\triangle OAC}=\frac{1}{2}\cdot AC\cdot OH$，$S_3=\frac{1}{2}\cdot CD\cdot OH$，

∴ $(\frac{1}{2}AD \cdot OH)^2=\frac{1}{2} \cdot AC \cdot OH \cdot \frac{1}{2} \cdot CD \cdot OH$，

∴$AD^2=AC \cdot CD$，

∵$AC=AB$．$CD=AC-AD=\frac{\sqrt{x(x+1)}}{x}-\sqrt{x(x+1)}$，

∴ $(\sqrt{x(x+1)})^2=\frac{\sqrt{x(x+1)}}{x} \cdot (\frac{\sqrt{x(x+1)}}{x}-\sqrt{x(x+1)})$，

整理得 $x^2+x-1=0$，

解得 $x=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$或$\frac{-\sqrt{5}-1}{2}$，

经检验：$x=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$是原方程的根，且符合题意，

∴$OD=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$．

（也可以利用角平分线的性质定理：$\frac{AD}{AC}=\frac{AD}{AB}=\frac{DO}{OB}$，黄金分割点的性质解决这个问题）

方法 2、设 $OD=x$，设△AOB 的边上的高为 h，则△AOD 的边 OD 边上的高也为 h，

$$\therefore \frac{S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle AOD}}=\frac{\frac{1}{2}BO \times h}{\frac{1}{2}DO \times h}=\frac{BO}{DO}=\frac{1}{x},$$

设 $S_{\triangle AOB}=a$，

∴$S_{\triangle AOD}=ax$，

∵△AOB≌△AOC，

∴$S_{\triangle AOC}=S_{\triangle AOB}=a$

∴$S_{\triangle AOC}=S_{\triangle AOD}+S_{\triangle COD}$，

∴$S_{\triangle COD}=a-ax=a(1-x)$，

∵S_2是S_1和S_3的比例中项，

∴$S_2^2=S_1\cdot S_3$，

∴$(ax)2=a\times a(1-x)$，

∴$x=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$，

∵$OD>0$，

∴$OD=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

【点评】本题考查圆的综合题、全等三角形的判定和性质、相似三角形的判定和性质、比例中项等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，学会利用参数解决问题，属于中考压轴题.