2018年上海市中考数学试卷

一、选择题（本大题共6题，每题4分，满分24分。下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的）

1. 下列计算 $\sqrt{18}-\sqrt{2}$ 的结果是（　　）

A. 4　　B. 3　　C. $2\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{2}$

【答案】C

【解析】

【分析】先对二次根式进行化简，然后再合并同类二次根式即可得.

【详解】$\sqrt{18}-\sqrt{2}$

$=3\sqrt{2}-\sqrt{2}$

$=2\sqrt{2}$，

故选C.

【点睛】本题考查了二次根式的加减运算，熟练掌握二次根式的性质以及二次根式加减法的运算法则是解题的关键.

2. 下列对一元二次方程 $x^2+x-3=0$ 根的情况的判断，正确的是（　　）

A. 有两个不相等实数根　　B. 有两个相等实数根

C. 有且只有一个实数根　　D. 没有实数根

【答案】A

【解析】

【分析】根据方程的系数结合根的判别式，即可得出△=13＞0，进而即可得出方程 $x^2+x-3=0$ 有两个不相等的实数根.

【详解】∵a=1，b=1，c=－3，

∴△=$b^2-4ac=1^2-4\times(1)\times(-3)=13>0$，

∴方程 $x^2+x-3=0$ 有两个不相等的实数根，

故选A.

【点睛】本题考查了根的判别式，一元二次方程根的情况与判别式△的关系：（1）△＞0⇔方程有两个不相等的实数根；（2）△=0⇔方程有两个相等的实数根；（3）△＜0⇔方程没有实数根.

3. 下列对二次函数 $y=x^2-x$ 的图象的描述，正确的是（　　）

A. 开口向下　　B. 对称轴是 y 轴

C. 经过原点　　D. 在对称轴右侧部分是下降的

【答案】C

【解析】

【分析】根据抛物线的开口方向、对称轴公式以及二次函数性质逐项进行判断即可得答案.

【详解】A、∵a=1＞0，∴抛物线开口向上，选项 A 不正确；

B、∵ $-\frac{b}{2a}=\frac{1}{2}$，∴抛物线的对称轴为直线 $x=\frac{1}{2}$，选项 B 不正确；

C、当 x=0 时，$y=x^2-x=0$，∴抛物线经过原点，选项 C 正确；

D、∵a＞0，抛物线的对称轴为直线 $x=\frac{1}{2}$，

∴当 $x>\frac{1}{2}$ 时，y 随 x 值的增大而增大，选项 D 不正确，

故选 C.

【点睛】本题考查了二次函数的性质：二次函数 $y=ax^2+bx+c$（a≠0），对称轴直线 $x=-\frac{b}{2a}$，当 a＞0 时，抛物线 $y=ax^2+bx+c$（a≠0）的开口向上，当 a＜0 时，抛物线 $y=ax^2+bx+c$（a≠0）的开口向下，c=0 时抛物线经过原点，熟练掌握相关知识是解题的关键.

4. 据统计，某住宅楼 30 户居民五月份最后一周每天实行垃圾分类的户数依次是：

27，30，29，25，26，28，29，那么这组数据的中位数和众数分别是（　　）

A. 25 和 30　　B. 25 和 29　　C. 28 和 30　　D. 28 和 29

【答案】D

【解析】

【分析】根据中位数和众数的定义进行求解即可得答案.

【详解】对这组数据重新排列顺序得，25，26，27，28，29，29，30，

处于最中间是数是 28，

∴这组数据的中位数是 28，

在这组数据中，29 出现的次数最多，

∴这组数据的众数是 29，

故选 D.

【点睛】本题考查了中位数和众数的概念，熟练掌握众数和中位数的概念是解题的关键.一组数据中出现次数最多的数据叫做众数，一组数据按从小到大（或从大到小）排序后，位于最中间的数（或中间两数的平

均数）是这组数据的中位数.

5. 已知平行四边形 ABCD，下列条件中，不能判定这个平行四边形为矩形的是（　　）

A. ∠A=∠B　　B. ∠A=∠C　　C. AC=BD　　D. AB⊥BC

【答案】B

【解析】

【分析】由矩形的判定方法即可得出答案.

【详解】A、∠A=∠B，∠A+∠B=180°，所以∠A=∠B=90°，可以判定这个平行四边形为矩形，正确；

B、∠A=∠C 不能判定这个平行四边形为矩形，错误；

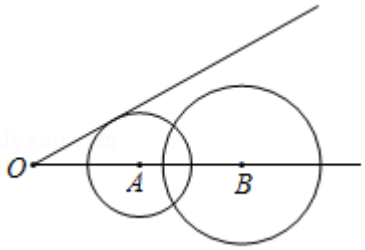
C、AC=BD，对角线相等，可推出平行四边形 ABCD 是矩形，故正确；

D、AB⊥BC，所以∠B=90°，可以判定这个平行四边形为矩形，正确，

故选 B.

【点睛】本题考查了矩形的判定，熟练掌握“有一个角是直角的平行四边形是矩形、对角线相等的平行四边形是矩形、有三个角是直角的四边形是矩形”是解题的关键.

6. 如图，已知∠POQ=30°，点 A、B 在射线 OQ 上（点 A 在点 O、B 之间），半径长为 2 的⊙A 与直线 OP 相切，半径长为 3 的⊙B 与⊙A 相交，那么 OB 的取值范围是（　　）



A. 5＜OB＜9　　B. 4＜OB＜9　　C. 3＜OB＜7　　D. 2＜OB＜7

【答案】A

【解析】

【分析】作半径 AD，根据直角三角形 30 度角的性质得：OA=4，再确认⊙B 与⊙A 相切时，OB 的长，即可得结论.

【详解】设⊙A 与直线 OP 相切时切点为 D，连接 AD，

∴AD⊥OP，

∵∠O=30°，AD=2，

∴OA=4，

当⊙B 与⊙A 相内切时，设切点为 C，如图 1，

∵BC=3，

∴OB=OA+AB=4+3﹣2=5；

当⊙A 与⊙B 相外切时，设切点为 E，如图 2，

∴OB=OA+AB=4+2+3=9，

∴半径长为 3 的⊙B 与⊙A 相交，那么 OB 的取值范围是：5＜OB＜9，

故选 A.

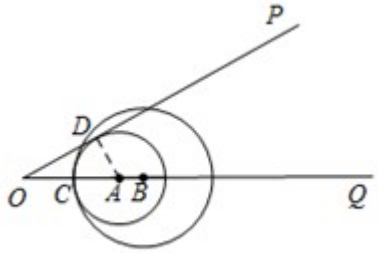


图1

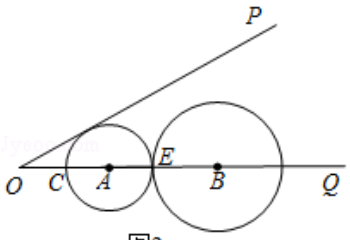


图2

【点睛】本题考查了两圆间的位置关系，分两圆内切与外切分别画出符合题意的图形进行讨论是解题的关键.

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. ﹣8 的立方根是_____.

【答案】-2

【解析】

【分析】根据立方根的定义进行求解即可得.

【详解】∵（﹣2）^{3}=﹣8，

∴﹣8 的立方根是﹣2，

故答案为﹣2.

【点睛】本题考查了立方根的定义，熟练掌握立方根的定义是解题的关键.

8. 计算：（a+1）^{2}﹣a^2=_____.

【答案】2a+1

【解析】

【分析】原式利用完全平方公式展开，然后合并同类项即可得到结果.

【详解】（a+1）^{2}﹣a^2

=a^2+2a+1﹣a^2

=2a+1，

故答案为 2a+1.

【点睛】本题考查了整式的混合运算，熟练掌握完全平方公式以及合并同类项的法则是解题的关键.

9. 方程组 $\begin{cases} x-y=0 \\ x^2+y=2 \end{cases}$ 解是_____.

【答案】$\begin{cases}x_1=-2\\y_1=-2\end{cases}$，$\begin{cases}x_2=1\\y_2=1\end{cases}$

【解析】

【分析】方程组中的两个方程相加，即可得出一个一元二次方程，求出方程的解，再代入求出 y 即可.

【详解】$\begin{cases}x-y=0①\\x^2+y=2②\end{cases}$，

②+① 得：$x^2+x=2$,

解得：x=－2 或 1,

把 x=－2 代入①得：y=－2,

把 x=1 代入①得：y=1,

所以原方程组的解为$\begin{cases}x_1=-2\\y_1=-2\end{cases}$，$\begin{cases}x_2=1\\y_2=1\end{cases}$，

故答案为$\begin{cases}x_1=-2\\y_1=-2\end{cases}$，$\begin{cases}x_2=1\\y_2=1\end{cases}$.

【点睛】本题考查了解二元二次方程组，根据方程组的结构特点灵活选取合适的方法求解是关键.这里体现的消元与转化的数学思想.

10. 某商品原价为 a 元，如果按原价的八折销售，那么售价是_____元.（用含字母 a 的代数式表示）.

【答案】0.8a

【解析】

【分析】根据实际售价=原价×$\frac{\text{折扣数}}{10}$即可得.

【详解】实际售价=原价×$\frac{\text{折扣数}}{10}$，

某商品原价为 a 元，按原价　八折销售则售价为 0.8a 元,

故答案为 0.8a.

【点睛】本题考查了销售问题、列代数式，弄清题意，列出符合题意的代数式是解题的关键.

11. 已知反比例函数 y=$\frac{k-1}{x}$（k 是常数，k≠1）的图象有一支在第二象限，那么 k 的取值范围是_____.

【答案】k＜1

【解析】

【分析】由于在反比例函数 $y=\frac{k-1}{x}$ 的图象有一支在第二象限，故 k－1＜0，求出 k 的取值范围即可.

【详解】∵反比例函数 $y=\frac{k-1}{x}$ 的图象有一支在第二象限，

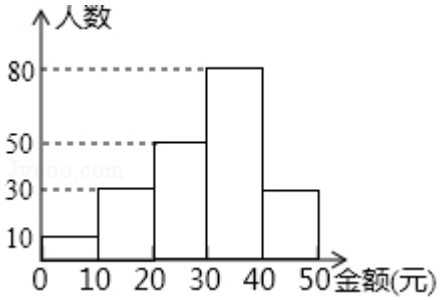
∴k－1＜0，

解得 k＜1，

故答案为 k＜1.

【点睛】本题考查了反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ (k≠0，k 为常数)的图象与性质，反比例函数的图象是双曲线，k>0 时，图象位于一、三象限，k<0 时，图象位于二、四象限，熟知这些相关知识是解题的关键.

12. 某校学生自主建立了一个学习用品义卖平台，已知九年级 200 名学生义卖所得金额的频数分布直方图如图所示，那么 20－30 元这个小组的组频率是_____.



【答案】0.25

【解析】

【分析】根据“频率=频数÷总数”即可求得答案.

【详解】一共有 200 个学生，20－30 这个小组的频数为 50，

所以，20－30 元这个小组的组频率是 50÷200=0.25，

故答案为 0.25.

【点睛】本题考查了频率，属于简单题，熟记“频率=频数÷总数”是解题的关键.

13. 从 $\frac{2}{7}$，π，$\sqrt{3}$ 这三个数中选一个数，选出的这个数是无理数的概率为_____.

【答案】$\frac{2}{3}$

【解析】

【分析】由题意可得共有 3 种等可能的结果，其中无理数有 π、$\sqrt{3}$ 共 2 种情况，利用概率公式进行求解即可.

【详解】∵在$\frac{2}{7}$，π，$\sqrt{3}$这三个数中，无理数有 π，$\sqrt{3}$这 2 个，

∴选出的这个数是无理数的概率为$\frac{2}{3}$，

故答案为$\frac{2}{3}$.

【点睛】本题考查了简单的概率计算，用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

14. 如果一次函数 y=kx+3（k 是常数，k≠0）的图象经过点（1，0），那么 y 的值随 x 的增大而_____.（填“增大”或“减小”）

【答案】减小

【解析】

【分析】根据点的坐标利用一次函数图象上点的坐标特征可求出 k 值，再利用一次函数的性质即可得出结论.

【详解】∵一次函数 y=kx+3（k 是常数，k≠0）的图象经过点（1，0），

∴0=k+3,

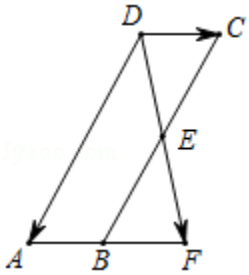
∴k=﹣3,

∴y 的值随 x 的增大而减小,

故答案为减小.

【点睛】本题考查了一次函数的图象与性质，熟练掌握待定系数法以及一次函数的增减性与一次函数的比例系数 k 之间的关系是解题的关键.

15. 如图，已知平行四边形 ABCD，E 是边 BC 的中点，联结 DE 并延长，与 AB 的延长线交于点 F．设 $\overrightarrow{DA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{DC}=\vec{b}$ 那么向量 $\overrightarrow{DF}$ 用向量 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 表示为_____.



【答案】$a+2b$

【解析】

【分析】根据平行四边形的判定与性质得到四边形 DBFC 是平行四边形，则 DC=BF，故 AF=2AB=2DC，结合三角形法则进行解答.

【详解】如图，连接 BD，FC，

∵四边形 ABCD 是平行四边形，

∴DC∥AB，DC=AB，

∴△DCE∽△FBE，

又 E 是边 BC 的中点，

$\therefore \frac{DE}{EF}=\frac{EC}{BC}=\frac{1}{1}$，

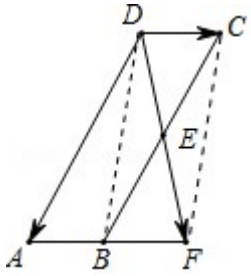
∴EC=BE，即点 E 是 DF 的中点，

∴四边形 DBFC 是平行四边形，

∴DC=BF，故 AF=2AB=2DC，

$\therefore DF=DA+AF=DA+2DC=a+2b$，

故答案是：$a+2b$.



【点睛】本题考查了平行四边形的判定与性质，相似三角形的判定与性质，向量运算等，熟练掌握相关判定与性质定理是解题的关键.

16. 通过画出多边形的对角线，可以把多边形内角和问题转化为三角形内角和问题．如果从某个多边形的一个顶点出发的对角线共有 2 条，那么该多边形的内角和是_____度.

【答案】540

【解析】

【分析】利根据题意得到 2 条对角线将多边形分割为 3 个三角形，然后根据三角形内角和可计算出该多边形的内角和.

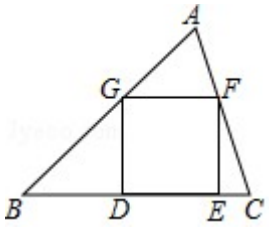
【详解】从某个多边形的一个顶点出发的对角线共有 2 条，则将多边形分割为 3 个三角形.

所以该多边形的内角和是 3×180°=540°,

故答案为 540.

【点睛】本题考查了多边形的内角和与对角线，熟知 n 边形从一个顶点出发的对角线将 n 边形分成（n-2）个三角形是关键.这里体现了转化的数学思想.

17. 如图，已知正方形 DEFG 的顶点 D、E 在△ABC 的边 BC 上，顶点 G、F 分别在边 AB、AC 上．如果 BC=4，△ABC 的面积是 6，那么这个正方形的边长是_____.



【答案】$\frac{12}{7}$

【解析】

【分析】

作 AH⊥BC 于 H，交 GF 于 M，如图，先利用三角形面积公式计算出 AH=3，设正方形 DEFG 的边长为 x，则 GF=x，MH=x，AM=3﹣x，再证明△AGF∽△ABC，则根据相似三角形的性质得 $\frac{x}{4}=\frac{3-x}{3}$，然后解关于 x 的方程即可.

【详解】作 AH⊥BC 于 H，交 GF 于 M，如图,

∵△ABC 的面积是 6,

∴ $\frac{1}{2}$ BC•AH=6,

∴AH= $\frac{2\times6}{4}$ =3,

设正方形 DEFG 的边长为 x，则 GF=x，MH=x，AM=3﹣x,

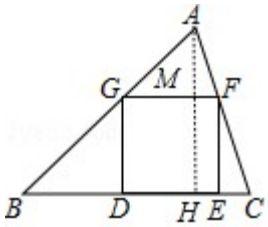
∵GF∥BC,

∴△AGF∽△ABC,

$\therefore \frac{GF}{BC}=\frac{AM}{AH}$，即 $\frac{x}{4}=\frac{3-x}{3}$，解得 x= $\frac{12}{7}$，

即正方形 DEFG 的边长为 $\frac{12}{7}$，

故答案为 $\frac{12}{7}$.



【点睛】本题考查了相似三角形的判定与性质，正确添加辅助线求出 BC 边上的高是解题的关键.

18. 对于一个位置确定的图形，如果它的所有点都在一个水平放置的矩形内部或边上，且该图形与矩形的每条边都至少有一个公共点（如图 1），那么这个矩形水平方向的边长称为该图形的宽，铅锤方向的边长称为该矩形的高．如图 2，菱形 ABCD 的边长为 1，边 AB 水平放置．如果该菱形的高是宽的 $\frac{2}{3}$，那么它的宽的值是_____.



图1

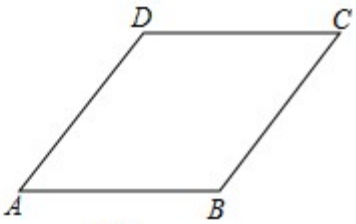


图2

【答案】$\frac{18}{13}$

【解析】

【分析】先根据要求画图，设矩形的宽 AF=x，则 CF= $\frac{2}{3}$ x，根据勾股定理列方程即可得结论.

【详解】在菱形上建立如图所示的矩形 EAFC,

设 AF=x，则 CF=$\frac{2}{3}$x，

在 Rt△CBF 中，CB=1，BF=x－1，

由勾股定理得：$BC^2=BF^2+CF^2$，

即：$1^2=(x-1)^2+(\frac{2}{3}x)^2$，

解得：x=$\frac{18}{13}$或 0（舍），

即它的宽的值是$\frac{18}{13}$，

故答案为$\frac{18}{13}$.

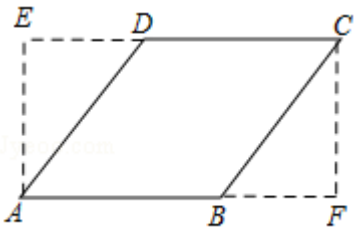
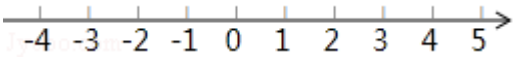


图2

【点睛】本题考查了新定义题，矩形的性质、勾股定理等，根据题意正确画出图形，熟练应用相关的知识进行解答是关键.

三、解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. 解不等式组：$\begin{cases}2x+1>x\\ \frac{x+5}{2}-x\geq 1\end{cases}$，并把解集在数轴上表示出来.



【答案】则不等式组的解集是－1＜x≤3，不等式组的解集在数轴上表示见解析.

【解析】

【分析】

先求出不等式组中每一个不等式的解集，再求出它们的公共部分就是不等式组的解集.

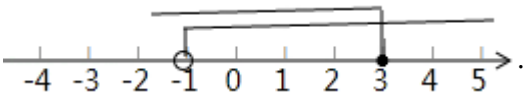
【详解】 $\begin{cases} 2x+1>x① \\ \dfrac{x+5}{2}-x\geq 1② \end{cases}$，

解不等式①得：x＞－1，

解不等式②得：x≤3，

则不等式组的解集是：－1＜x≤3，

不等式组　解集在数轴上表示为：



【点睛】本题考查了解一元一次不等式组，熟知确定解集的方法“同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小无处找”是解题的关键.也考查了在数轴上表示不等式组的解集.

20. 先化简，再求值：$\left(\dfrac{2a}{a^2-1}-\dfrac{1}{a+1}\right)\div\dfrac{a+2}{a^2-a}$，其中 a=$\sqrt{5}$.

【答案】原式=$\dfrac{a}{a+2}=5-2\sqrt{5}$

【解析】

【分析】括号内先通分进行分式的加减运算，然后再进行分式的乘除运算，最后代入数值进行计算即可得.

【详解】原式=$\left[\dfrac{2a}{(a+1)(a-1)}-\dfrac{a-1}{(a+1)(a-1)}\right]\div\dfrac{a+2}{a(a-1)}$

$=\dfrac{a+1}{(a+1)(a-1)}\cdot\dfrac{a(a-1)}{a+2}$

$=\dfrac{a}{a+2}$，

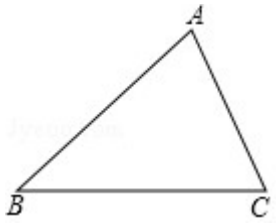
当 a=$\sqrt{5}$时，原式=$\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+2}=\dfrac{\sqrt{5}\times(\sqrt{5}-2)}{(\sqrt{5}+2)\times(\sqrt{5}-2)}=5-2\sqrt{5}$.

【点睛】本题考查了分式的化简求值，熟练掌握分式化简求值的步骤是解题的关键.

21. 如图，已知△ABC 中，AB=BC=5，tan∠ABC=$\dfrac{3}{4}$.

（1）求边 AC 的长；

（2）设边 BC 的垂直平分线与边 AB 的交点为 D，求 $\frac{AD}{DB}$ 的值.



【答案】（1）AC=$\sqrt{10}$；（2）$\frac{AD}{BD}=\frac{3}{5}$.

【解析】

【分析】（1）过 A 作 AE⊥BC，在直角三角形 ABE 中，利用锐角三角函数定义求出 AC 的长即可；

（2）由 DF 垂直平分 BC，求出 BF 的长，利用锐角三角函数定义求出 DF 的长，利用勾股定理求出 BD 的长，进而求出 AD 的长，即可求出所求.

【详解】（1）如图，过点 A 作 AE⊥BC，

在 Rt△ABE 中，tan∠ABC=$\frac{AE}{BE}=\frac{3}{4}$，AB=5，

∴AE=3，BE=4，

∴CE=BC－BE=5－4=1，

在 Rt△AEC 中，根据勾股定理得：AC=$\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$；

（2）∵DF 垂直平分 BC，

∴BD=CD，BF=CF=$\frac{5}{2}$，

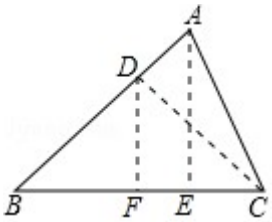
∵tan∠DBF=$\frac{DF}{BF}=\frac{3}{4}$，

∴DF=$\frac{15}{8}$，

在 Rt△BFD 中，根据勾股定理得：BD=$\sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2+\left(\frac{15}{8}\right)^2}=\frac{25}{8}$，

$\therefore AD=5-\frac{25}{8}=\frac{15}{8}$，

则 $\frac{AD}{BD}=\frac{3}{5}$.

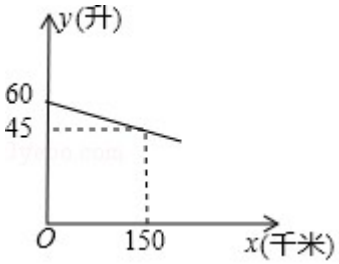


【点睛】本题考查了解直角三角形的应用，正确添加辅助线、根据边角关系熟练应用三角函数进行解答是解题的关键.

22. 一辆汽车在某次行驶过程中，油箱中的剩余油量 y（升）与行驶路程 x（千米）之间是一次函数关系，其部分图象如图所示.

（1）求 y 关于 x 的函数关系式；（不需要写定义域）

（2）已知当油箱中的剩余油量为 8 升时，该汽车会开始提示加油，在此次行驶过程中，行驶了 500 千米时，司机发现离前方最近的加油站有 30 千米的路程，在开往该加油站的途中，汽车开始提示加油，这时离加油站的路程是多少千米?



【答案】（1）该一次函数解析式为 $y=-\frac{1}{10}x+60$.　（2）在开往该加油站的途中，汽车开始提示加油，这时离加油站的路程是 10 千米.

【解析】

【分析】（1）根据函数图象中点的坐标利用待定系数法求出一次函数解析式；

（2）根据一次函数图象上点的坐标特征即可求出剩余油量为 8 升时行驶的路程，即可求得答案.

【详解】（1）设该一次函数解析式为 y=kx+b，

将（150，45）、（0，60）代入 y=kx+b 中，得

$\begin{cases}150k+b=45\\ b=60\end{cases}$，解得：$\begin{cases}k=-\frac{1}{10}\\ b=60\end{cases}$，

∴该一次函数解析式为 y=﹣$\frac{1}{10}$x+60；

（2）当 y=﹣$\frac{1}{10}$x+60=8 时，

解得 x=520，

即行驶 520 千米时，油箱中的剩余油量为 8 升.

530﹣520=10 千米，

油箱中的剩余油量为 8 升时，距离加油站 10 千米，

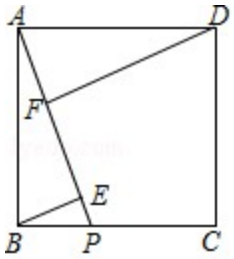
∴在开往该加油站的途中，汽车开始提示加油，这时离加油站的路程是 10 千米.

【点睛】本题考查了一次函数的应用，熟练掌握待定系数法，弄清题意是解题的关键.

23. 已知：如图，正方形 ABCD 中，P 是边 BC 上一点，BE⊥AP，DF⊥AP，垂足分别是点 E、F.

（1）求证：EF=AE﹣BE；

（2）连接 BF，如果 $\frac{AF}{BF}=\frac{DF}{AD}$．求证：EF=EP.



【答案】（1）证明见解析；（2）证明见解析

【解析】

【分析】（1）利用正方形的性质得 AB=AD，∠BAD=90°，根据等角的余角相等得到∠1=∠3，则可判断△ABE≌△DAF，则 BE=AF，然后利用等线段代换可得到结论；

（2）利用 $\frac{AF}{BF}=\frac{DF}{AD}$ 和 AF=BE 得到 $\frac{BE}{DF}=\frac{BF}{AD}$，则可判定 Rt△BEF∽Rt△DFA，所以

∠4=∠3，再证明∠4=∠5，然后根据等腰三角形的性质可判断 EF=EP.

【详解】（1）∵四边形 ABCD 为正方形，

∴AB=AD，∠BAD=90°，

∵BE⊥AP，DF⊥AP，

∴∠BEA=∠AFD=90°，

∵∠1+∠2=90°，∠2+∠3=90°，

∴∠1=∠3，

在△ABE和△DAF中

$$\begin{cases}\angle BEA=\angle AFD\\ \angle 1=\angle 2\\ AB=DA\end{cases},$$

∴△ABE≌△DAF，

∴BE=AF，

∴EF=AE－AF=AE－BE；

（2）如图，∵$\frac{AF}{BF}=\frac{DF}{AD}$，

而AF=BE，

∴$\frac{BE}{BF}=\frac{DF}{AD}$，

∴$\frac{BE}{DF}=\frac{BF}{AD}$，

∴Rt△BEF∽Rt△DFA，

∴∠4=∠3，

而∠1=∠3，

∴∠4=∠1，

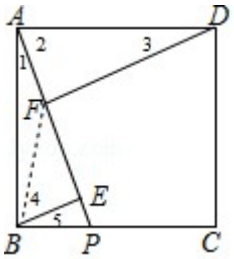
∵∠5=∠1，

∴∠4=∠5，

即BE平分∠FBP，

而BE⊥EP，

∴EF=EP.



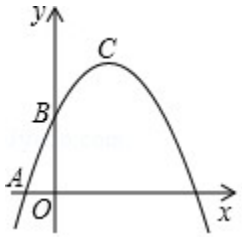
【点睛】本题考查了正方形的性质、全等三角形的判定与性质、相似三角形的判定与性质，熟练掌握相关的性质与定理、正确添加辅助线是解题的关键.

24. 在平面直角坐标系 xOy 中（如图）．已知抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2+bx+c$ 经过点 A（－1，0）和点 B（0，$\frac{5}{2}$），顶点为 C，点 D 在其对称轴上且位于点 C 下方，将线段 DC 绕点 D 按顺时针方向旋转 90°，点 C 落在抛物线上的点 P 处.

（1）求这条抛物线的表达式；

（2）求线段 CD 的长；

（3）将抛物线平移，使其顶点 C 移到原点 O 的位置，这时点 P 落在点 E 的位置，如果点 M 在 y 轴上，且以 O、D、E、M 为顶点的四边形面积为 8，求点 M 的坐标.



【答案】（1）抛物线解析式为 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+\frac{5}{2}$；（2）线段 CD 的长为 2；（3）M 点的坐标为（0，$\frac{7}{2}$）或（0，$-\frac{7}{2}$）.

【解析】

【分析】（1）利用待定系数法求抛物线解析式；

（2）利用配方法得到 $y=-\frac{1}{2}(x-2)^2+\frac{9}{2}$，则根据二次函数的性质得到 C 点坐标和抛物线的对

称轴为直线 x=2，如图，设 CD=t，则 D（2，$\frac{9}{2}$－t），根据旋转性质得∠PDC=90°，DP=DC=t，

则 P（2+t，$\frac{9}{2}$－t），然后把 P（2+t，$\frac{9}{2}$－t）代入 y=－$\frac{1}{2}$x²+2x+$\frac{5}{2}$得到关于 t 的方程，从而解

方程可得到 CD 的长；

（3）P 点坐标为（4，$\frac{9}{2}$），D 点坐标为（2，$\frac{5}{2}$），利用抛物线的平移规律确定 E 点坐标为

（2，－2），设 M（0，m），当 m＞0 时，利用梯形面积公式得到$\frac{1}{2}$•（m+$\frac{5}{2}$+2）•2=8 当 m＜0

时，利用梯形面积公式得到$\frac{1}{2}$•（－m+$\frac{5}{2}$+2）•2=8，然后分别解方程求出 m 即可得到对应的 M

点坐标.

详解】（1）把 A（－1，0）和点 B（0，$\frac{5}{2}$）代入 y=－$\frac{1}{2}$x²+bx+c 得

$\begin{cases}-\frac{1}{2}-b+c=0\\ c=\frac{5}{2}\end{cases}$，解得$\begin{cases}b=2\\ c=\frac{5}{2}\end{cases}$，

∴抛物线解析式为 y=－$\frac{1}{2}$x²+2x+$\frac{5}{2}$；

（2）∵y=－$\frac{1}{2}$（x－2）²+$\frac{9}{2}$，

∴C（2，$\frac{9}{2}$），抛物线的对称轴为直线 x=2，

如图，设 CD=t，则 D（2，$\frac{9}{2}$－t），

∵线段 DC 绕点 D 按顺时针方向旋转 90°，点 C 落在抛物线上的点 P 处，

∴∠PDC=90°，DP=DC=t，

∴P（2+t，$\frac{9}{2}$－t），

把 P（2+t，$\frac{9}{2}$－t）代入 y=－$\frac{1}{2}$x²+2x+$\frac{5}{2}$得－$\frac{1}{2}$（2+t）2+2（2+t）+$\frac{5}{2}$=$\frac{9}{2}$－t，

整理得 t²－2t=0，解得 t₁=0（舍去），t₂=2，

∴线段 CD 的长为 2；

（3）P 点坐标为（4，$\frac{9}{2}$），D 点坐标为（2，$\frac{5}{2}$），

∵抛物线平移，使其顶点 C（2，$\frac{9}{2}$）移到原点 O 的位置，

∴抛物线向左平移 2 个单位，向下平移$\frac{9}{2}$个单位，

而 P 点（4，$\frac{9}{2}$）向左平移 2 个单位，向下平移$\frac{9}{2}$个单位得到点 E，

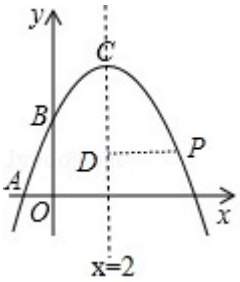
∴E 点坐标为（2，－2），

设 M（0，m），

当 m＞0 时，$\frac{1}{2}$•（m+$\frac{5}{2}$+2）•2=8，解得 m=$\frac{7}{2}$，此时 M 点坐标为（0，$\frac{7}{2}$）；

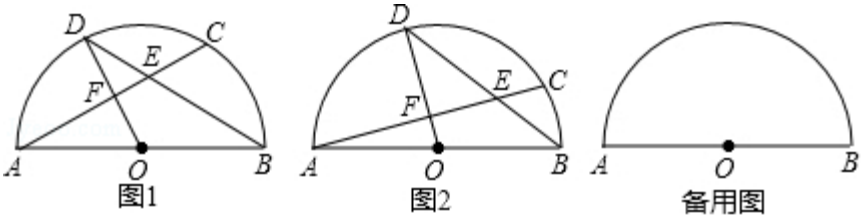
当 m＜0 时，$\frac{1}{2}$•（－m+$\frac{5}{2}$+2）•2=8，解得 m=－$\frac{7}{2}$，此时 M 点坐标为（0，－$\frac{7}{2}$）；

综上所述，M 点的坐标为（0，$\frac{7}{2}$）或（0，－$\frac{7}{2}$）.



【点睛】本题考查了二次函数的综合题，涉及到待定系数法、抛物线上点的坐标、旋转的性质、抛物线的平移等知识，综合性较强，正确添加辅助线、运用数形结合思想熟练相关知识是解题的关键.

25. 已知⊙O 的直径 AB=2，弦 AC 与弦 BD 交于点 E．且 OD⊥AC，垂足为点 F.



（1）如图 1，如果 AC=BD，求弦 AC 的长；

（2）如图 2，如果 E 为弦 BD 的中点，求∠ABD 的余切值；

（3）联结 BC、CD、DA，如果 BC 是⊙O 的内接正 n 边形的一边，CD 是⊙O 的内接正（n+4）边形的一边，求△ACD 的面积.

【答案】（1）AC=$\sqrt{3}$；（2）cot∠ABD=$\sqrt{2}$；（3）$S_{\triangle ACD}=\frac{\sqrt{2}-1}{2}$.

【解析】

【分析】（1）由 AC=BD 知 $\overset{\frown}{AD}+\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{CD}+\overset{\frown}{BC}$，得 $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BC}$，根据 OD⊥AC 知 $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}$，从而得 $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{BC}$，即可知∠AOD=∠DOC=∠BOC=60°，利用 AF=AOsin∠AOF 可得答案；

（2）连接 BC，设 OF=t，证 OF 为△ABC 中位线及△DEF≌△BEC 得 BC=DF=2t，由 DF=1－t 可得 t=$\frac{1}{3}$，即可知 BC=DF=$\frac{2}{3}$，继而求得 EF=$\frac{1}{4}$AC=$\frac{\sqrt{2}}{3}$，由余切函数定义可得答案；

（3）先求出 BC、CD、AD 所对圆心角度数，从而求得 BC=AD=$\sqrt{2}$、OF=$\frac{\sqrt{2}}{2}$，从而根据三角形面积公式计算可得.

【详解】（1）∵OD⊥AC,

∴ $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}$，∠AFO=90°，

又∵AC=BD，

∴ $\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$，即 $\overset{\frown}{AD}+\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{CD}+\overset{\frown}{BC}$，

∴ $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BC}$，

∴ $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{BC}$，

∴∠AOD=∠DOC=∠BOC=60°，

∵AB=2，

∴AO=BO=1，

∴AF=AOsin∠AOF=1×$\frac{\sqrt{3}}{2}$=$\frac{\sqrt{3}}{2}$，

则 AC=2AF=$\sqrt{3}$；

（2）如图 1，连接 BC，

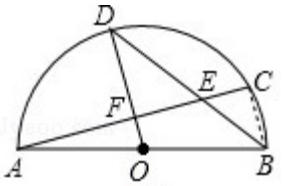


图 1

∵AB 为直径，OD⊥AC，

∴∠AFO=∠C=90°，

∴OD∥BC，

∴∠D=∠EBC，

∵DE=BE、∠DEF=∠BEC，

∴△DEF≌△BEC（ASA），

∴BC=DF、EC=EF，

又∵AO=OB，

∴OF 是△ABC 的中位线，

设 OF=t，则 BC=DF=2t，

∵DF=DO－OF=1－t，

∴1﹣t=2t,

解得：t=$\frac{1}{3}$,

则DF=BC=$\frac{2}{3}$、AC=$\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{2^2-\left(\frac{2}{3}\right)^2}=\frac{4\sqrt{2}}{3}$,

∴EF=$\frac{1}{2}$FC=$\frac{1}{4}$AC=$\frac{\sqrt{2}}{3}$,

∵OB=OD,

∴∠ABD=∠D,

则cot∠ABD=cot∠D=$\frac{DF}{EF}=\frac{\frac{2}{3}}{\frac{\sqrt{2}}{3}}=\sqrt{2}$;

（3）如图2,

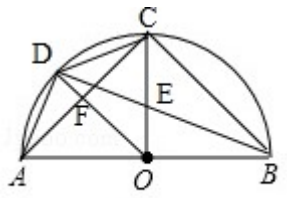


图2

∵BC是⊙O的内接正n边形的一边，CD是⊙O的内接正（n+4）边形的一边,

∴∠BOC=$\frac{360}{n}$、∠AOD=∠COD=$\frac{360}{n+4}$,

则$\frac{360}{n}$+2×$\frac{360}{n+4}$=180,

解得：n=4,

∴∠BOC=90°、∠AOD=∠COD=45°,

∴BC=AC=$\sqrt{2}$,

∵∠AFO=90°,

∴OF=AOcos∠AOF=$\frac{\sqrt{2}}{2}$，

则 DF=OD－OF=1－$\frac{\sqrt{2}}{2}$，

∴$S_{△ACD}$=$\frac{1}{2}$ AC•DF=$\frac{1}{2}$×$\sqrt{2}$×（1－$\frac{\sqrt{2}}{2}$）=$\frac{\sqrt{2}-1}{2}$.

【点睛】本题考查了圆的综合题、解直角三角形的应用等，综合性较强，有一定的难度，熟练掌握和灵活应用垂径定理、正弦三角函数、余弦三角函数、余切三角函数、全等三角形的判定与性质、正多边形与圆等知识是解题的关键.