# 2020年上海市中考数学试卷

## 一、选择题(共6小题)

1.下列各式中与$\sqrt{3}$是同类二次根式的是

A. $\sqrt{6}$　　B. $\sqrt{9}$　　C. $\sqrt{12}$　　D. $\sqrt{18}$

【答案】C

【解析】

【分析】

根据同类二次根式的概念逐一判断即可.

【详解】解：A、$\sqrt{6}$和$\sqrt{3}$是最简二次根式，$\sqrt{6}$与$\sqrt{3}$的被开方数不同，故A选项错误；

B、$\sqrt{9}=3$，3不是二次根式，故B选项错误；

C、$\sqrt{12}=2\sqrt{3}$，$2\sqrt{3}$与$\sqrt{3}$的被开方数相同，故C选项正确；

D、$\sqrt{18}=3\sqrt{2}$，$3\sqrt{2}$与$\sqrt{3}$的被开方数不同，故D选项错误；

故选：C.

【点睛】本题主要考查同类二次根式的定义，解题的关键是熟练的掌握同类二次根式的定义：几个二次根式化成最简二次根式后，如果被开方数相同，这几个二次根式叫做同类二次根式.

2.用换元法解方程$\frac{x+1}{x^2}+\frac{x^2}{x+1}=2$时，若设$\frac{x+1}{x^2}=y$，则原方程可化为关于$y$的方程是(　　)

A. $y^2-2y+1=0$　　B. $y^2+2y+1=0$　　C. $y^2+y+2=0$　　D. $y^2+y-2=0$

【答案】A

【解析】

【分析】

方程的两个分式具备倒数关系，设$\frac{x+1}{x^2}=y$，则原方程化为$y+\frac{1}{y}=2$，再转化为整式方程$y^2-2y+1=0$即可求解.

【详解】把$\frac{x+1}{x^2}=y$代入原方程得：$y+\frac{1}{y}=2$，转化为整式方程为$y^2-2y+1=0$.

故选：A.

【点睛】考查了换元法解分式方程，换元法解分式方程时常用方法之一，它能够把一些分式方程化繁为简，化难为易，对此应注意总结能用换元法解的分式方程的特点，寻找解题技巧.

3.我们经常将调查、收集得来的数据用各类统计图进行整理与表示．下列统计图中，能凸显由数据所表现出来的部分与整体的关系的是(　　)

A. 条形图　　B. 扇形图

C. 折线图　　D. 频数分布直方图

【答案】B

【解析】

【分析】

根据统计图的特点判定即可.

【详解】解：统计图中，能凸显由数据所表现出来的部分与整体的关系的是扇形图.

故选：B.

【点睛】本题考查了统计图的特点，条件统计图能反映各部分的具体数值，扇形统计图能反映各个部分占总体的百分比，折线统计图能反映样本或总体的趋势，频数分布直方图能反映样本或总体的分布情况，熟练掌握各统计图的特点是解题的关键.

4.已知反比例函数的图象经过点(2，－4)，那么这个反比例函数的解析式是(　　)

A. $y=\frac{2}{x}$　　B. $y=-\frac{2}{x}$　　C. $y=\frac{8}{x}$　　D. $y=-\frac{8}{x}$

【答案】D

【解析】

【分析】

设解析式$y=\frac{k}{x}$，代入点(2,-4)求出$k$即可.

【详解】解：设反比例函数解析式为$y=\frac{k}{x}$，

将(2，-4)代入，得：$-4=\frac{k}{2}$，

解得：$k$=-8，

所以这个反比例函数解析式为 $y=-\frac{8}{x}$.

故选：D.

【点睛】本题主要考查待定系数法求反比例函数解析式，求反比例函数解析式只需要知道其图像上一点的坐标即可.

5.下列命题中，真命题是(　　)

A. 对角线互相垂直的梯形是等腰梯形

B. 对角线互相垂直的平行四边形是正方形

C. 对角线平分一组对角的平行四边形是菱形

D. 对角线平分一组对角　梯形是直角梯形

【答案】C

【解析】

【分析】

利用特殊四边形的判定定理对每个选项逐一判断后即可确定正确的选项.

【详解】A. 对角线互相垂直且相等的梯形是等腰梯形，故错误；

B. 对角线相等且互相垂直的平行四边形是正方形，故错误；

C. 对角线平分一组对角的平行四边形是菱形，正确；

D. 对角线平分一组对角的梯形是菱形，故错误.

故选：C.

【点睛】本题考查了命题与定理的知识，解题的关键是了解特殊四边形的判定定理，难度不大.

6.如果存在一条线把一个图形分割成两个部分，使其中一个部分沿某个方向平移后能与另一个部分重合，那么我们把这个图形叫做平移重合图形. 下列图形中，平移重合图形是(　　)

A. 平行四边形　　B. 等腰梯形　　C. 正六边形　　D. 圆

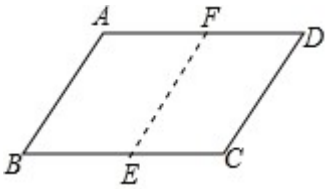
【答案】A

【解析】

【分析】

证明平行四边形是平移重合图形即可.

【详解】如图，平行四边形 $ABCD$ 中，取 $BC$，$AD$ 的中点 $E$，$F$，连接 $EF$.




则有：AF=FD，BE=EC，AB=EF=CD，

∴四边形 *ABEF* 向右平移可以与四边形 *EFCD* 重合，

∴平行四边形 *ABCD* 是平移重合图形.

故选：A.

【点睛】本题考查平移的性质，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题.

## 二、填空题(共 12 小题)

7.计算：$2a\cdot 3ab=$_____.

【答案】$6a^2b$.

【解析】

【分析】

利用单项式乘单项式的法则进行计算即可.

【详解】解：$2a\cdot 3ab=6a^2b$

故填：$6a^2b$.

【点睛】单项式相乘，把它们的系数、相同字母分别相乘，对于只在一个单项式里含有的字母，则连同它的指数作为积的一个因式.

8.已知 $f(x)=\frac{2}{x-1}$，那么 $f(3)$的值是____.

【答案】1.

【解析】

【分析】

根据 $f(x)=\frac{2}{x-1}$，将 $x=3$代入即可求解.

【详解】解：由题意得：$f(x)=\frac{2}{x-1}$，

∴将 $x=3$ 代替表达式中的 $x$，

∴$f(3)=\frac{2}{3-1}=1$.

故答案为：1.

【点睛】本题考查函数值的求法，解答本题的关键是明确题意，利用题目中新定义解答.

9.如果函数 $y=kx$（$k\neq0$）的图象经过第二、四象限，那么 $y$ 的值随 $x$ 的值增大而_____.（填“增大”或“减小”）

【答案】减小

【解析】

【分析】

根据正比例函数的性质进行解答即可.

【详解】解：函数 $y=kx$（$k\neq0$）的图象经过第二、四象限，那么 $y$ 的值随 $x$ 的值增大而减小，

故答案为：减小.

【点睛】此题考查的是判断正比例函数的增减性，掌握正比例函数的性质是解决此题的关键.

10.如果关于 $x$ 的方程 $x^2-4x+m=0$ 有两个相等的实数根，那么 $m$ 的值是_____.

【答案】4.

【解析】

【分析】

一元二次方程有两个相等的实根，即根的判别式△=$b^2$-4ac=0，即可求 m 值.

【详解】依题意.

∵方程 $x^2-4x+m=0$ 有两个相等的实数根，

∴$\triangle=b^2-4ac=(-4)^2-4m=0$，

解得：$m=4$.

故答案为：4.

【点睛】此题主要考查的是一元二次方程的根判别式，当△=$b^2$-4ac=0 时，方程有两个相等的实根，当△=$b^2$-4ac＞0 时，方程有两个不相等的实根，当△=$b^2$-4ac＜0 时，方程无实数根.

11.如果从 1，2，3，4，5，6，7，8，9，10 这 10 个数中任意选取一个数，那么取到的数恰好是 5 的倍数的概率是_____.

【答案】$\frac{1}{5}$.

【解析】

【分析】

从 1 到 10 这 10 个整数中任意选取一个数，找出是 5 的倍数的个数，再根据概率公式求解即可.

【详解】解：∵从 1，2，3，4，5，6，7，8，9，10 这 10 个数中任意选取一个数，是 5 的倍数的有：5，10，∴取到的数恰好是 5 的倍数的概率是 $\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$.

故答案为：$\frac{1}{5}$.

【点睛】此题主要考查了概率公式，熟记事件 A 的概率公式：P(A)=事件 A 可能出现的结果数÷所有可能出现的结果数.

12.如果将抛物线 $y=x^2$ 向上平移 3 个单位，那么所得新抛物线　表达式是____.

【答案】$y=x^2+3$.

【解析】

【分析】

直接根据抛物线向上平移的规律求解.

【详解】抛物线 $y=x^2$ 向上平移 3 个单位得到 $y=x^2+3$.

故答案为：$y=x^2+3$.

【点睛】本题考查了二次函数图象与几何变换：由于抛物线平移后的形状不变，故 a 不变，所以求平移后的抛物线解析式通常可利用两种方法：一是求出原抛物线上任意两点平移后的坐标，利用待定系数法求出解析式；二是只考虑平移后的顶点坐标，即可求出解析式.

13.为了解某区六年级 8400 名学生中会游泳的学生人数，随机调查了其中 400 名学生，结果有 150 名学生会游泳，那么估计该区会游泳的六年级学生人数约为____.

【答案】3150 名.

【解析】

【分析】

用样本中会游泳的学生人数所占的比例乘总人数即可得出答案.

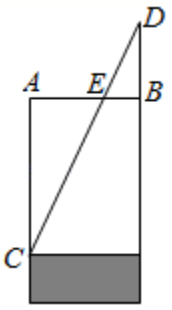
【详解】解：由题意可知，150 名学生占总人数的百分比为：$\frac{150}{400}=\frac{3}{8}$，

∴估计该区会游泳的六年级学生人数约为 $8400\times\frac{3}{8}=3150$(名).

故答案为：3150 名.

【点睛】本题主要考查样本估计总体，熟练掌握样本估计总体的思想及计算方法是解题的关键.

14.《九章算术》中记载了一种测量井深的方法．如图所示，在井口 $B$ 处立一根垂直于井口的木杆 $BD$，从木杆的顶端 $D$ 观察井水水岸 $C$，视线 $DC$ 与井口的直径 $AB$ 交于点 $E$，如果测得 $AB$=1.6 米，$BD$=1 米，$BE$=0.2 米，那么井深 $AC$ 为____米.




【答案】7 米.

【解析】

【分析】

根据相似三角形的判定和性质定理即可得到结论.

【详解】解：∵$BD \perp AB$，$AC \perp AB$，

$\therefore BD \overset{//}{} AC$，

$\therefore \triangle ACE \backsim \triangle DBE$，

$\therefore \dfrac{AC}{BD}=\dfrac{AE}{BE}$，

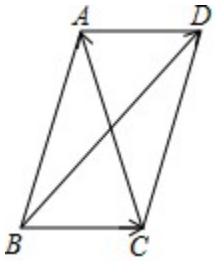
$\therefore \dfrac{AC}{1}=\dfrac{1.4}{0.2}$，

$\therefore AC$=7(米)，

故答案为：7(米)．

【点睛】本题考查了相似三角形的应用，正确的识别图形，掌握相似三角形的判定及性质是解决此类题的关键.

15.如图，$AC$、$BD$ 是平行四边形 $ABCD$ 的对角线，设 $BC=a$，$CA=b$，那么向量 $BD$ 用向量 $a,b$ 表示为____.




【答案】$2a+b$.

【解析】

【分析】

利用平行四边形的性质，三角形法则求解即可.

【详解】解：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$AD=BC$，$AD\parallel BC$，$AB=CD$，$AB\parallel CD$，

$\therefore AD=BC=a$，

$\therefore CD=CA+AD=b+a$，

$\therefore BA=CD=b+a$，

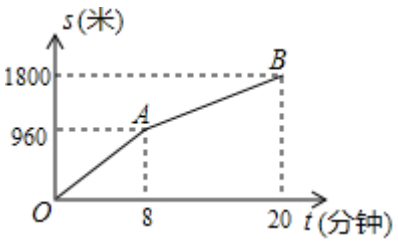
$\therefore BD=BA+AD$，

$\therefore BD=b+a+a=2a+b$.

故答案为：$2a+b$.

【点睛】本题考查平行四边形的性质，三角形法则等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型.

16.小明从家步行到学校需走的路程为 1800 米．图中的折线 $OAB$ 反映了小明从家步行到学校所走的路程 $s$(米)与时间 $t$(分钟)的函数关系，根据图象提供的信息，当小明从家出发去学校步行 15 分钟时，到学校还需步行____米.



【答案】350.

【解析】

【分析】

当 8≤t≤20 时，设 s=kt+b，将（8，960）、（20，1800）代入求得 s=70t+400，求出 t=15 时 s 的值，从而得出答案.

【详解】解：当 8≤*t*≤20 时，设 s=kt+b，

将(8，960)、(20，1800)代入，得：

$$\begin{cases}8k+b=960\\20k+b=1800\end{cases},$$

解得：$\begin{cases}k=70\\b=400\end{cases},$

∴*s*=70*t*+400；

当 *t*=15 时，*s*=1450，

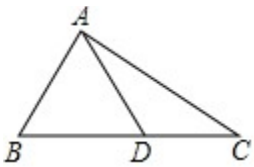
1800﹣1450=350，

∴当小明从家出发去学校步行 15 分钟时，到学校还需步行 350 米.

故答案为：350.

【点睛】本题主要考查一次函数的应用，解题的关键是理解题意，从实际问题中抽象出一次函数的模型，并熟练掌握待定系数法求一次函数的解析式.

17.如图，在△*ABC* 中，*AB*=4，*BC*=7，∠*B*=60°，点 *D* 在边 *BC* 上，*CD*=3，联结 *AD*．如果将△*ACD* 沿直线 *AD* 翻折后，点 *C* 的对应点为点 *E*，那么点 *E* 到直线 *BD* 的距离为____.



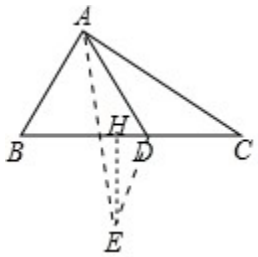

【答案】$\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

【解析】

【分析】

过 E 点作 EH⊥BC 于 H，证明△ABD 是等边三角形，进而求得∠ADC=120°，再由折叠得到∠ADE=∠ADC=120°，进而求出∠HDE=60°，最后在 Rt△HED 中使用三角函数即可求出 HE 的长.

【详解】解：如图，过点 *E* 作 *EH*⊥*BC* 于 *H*，




∵$BC$=7，$CD$=3，

∴$BD$=$BC$-$CD$=4，

∵$AB$=4=$BD$，∠$B$=60°，

∴△$ABD$是等边三角形，

∴∠$ADB$=60°，

∴∠$ADC$=∠$ADE$=120°，

∴∠$EDH$=60°，

∵$EH$⊥$BC$，∴∠$EHD$=90°.

∵$DE$=$DC$=3，

∴$EH$=$DE$×sin∠HDE=3×$\frac{\sqrt{3}}{2}$=$\frac{3\sqrt{3}}{2}$，

∴$E$到直线$BD$的距离为$\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

故答案为：$\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

【点睛】本题考查了折叠问题，解直角三角形，点到直线的距离，本题的关键点是能求出∠ADE=∠ADC=120°，另外需要重点掌握折叠问题的特点：折叠前后对应的边相等，对应的角相等.

18.在矩形$ABCD$中，$AB$=6，$BC$=8，点$O$在对角线$AC$上，圆$O$的半径为2，如果圆$O$与矩形$ABCD$的各边都没有公共点，那么线段$AO$长的取值范围是____.

【答案】$\frac{10}{3}$＜$AO$＜$\frac{20}{3}$.

【解析】

【分析】

根据勾股定理得到AC=10，如图1，设⊙O与AD边相切于E，连接OE，证明△$AOE$∽△$ACD$即可求出与AD相切时的AO值；如图2，设⊙O与BC边相切于F，连接OF，证明△$COF$∽△$CAB$即可求出BC相切时的AO值，最后即可得到结论.

【详解】解：在矩形 $ABCD$ 中，$\because \angle D=90°$，$AB=6$，$BC=8$，$\therefore AC=10$，

如图 1，设⊙$O$ 与 $AD$ 边相切于 $E$，连接 $OE$，

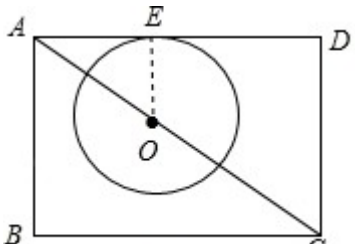


图1

则 $OE \perp AD$，$\therefore OE//CD$，

$\therefore \triangle AOE \backsim \triangle ACD$，

$\therefore \dfrac{OE}{CD}=\dfrac{AO}{AC}$，

$\therefore \dfrac{AO}{10}=\dfrac{2}{6}$，

$\therefore AO=\dfrac{10}{3}$；

如图 2，设⊙$O$ 与 $BC$ 边相切于 $F$，连接 $OF$，

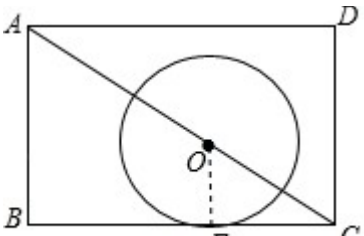


图2

则 $OF \perp BC$，$\therefore OF//AB$，

$\therefore \triangle COF \backsim \triangle CAB$，

$\therefore \dfrac{OC}{AC}=\dfrac{OF}{AB}$，

$\therefore \dfrac{OC}{10}=\dfrac{2}{6}$，

$\therefore OC=\dfrac{10}{3}$，

∴$AO=\frac{20}{3}$，

∴如果圆 $O$ 与矩形 $ABCD$ 的各边都没有公共点，那么线段 $AO$ 长的取值范围是 $\frac{10}{3}<AO<\frac{20}{3}$．

故答案为：$\frac{10}{3}<AO<\frac{20}{3}$．

【点睛】本题考查了直线与圆的位置关系，矩形的性质，相似三角形的判定和性质，正确的作出图形是解题的关键．

## 三、解答题(共 7 小题)

19.计算：$27^{\frac{1}{3}}+\frac{1}{\sqrt{5}+2}-(\frac{1}{2})^{-2}+|3-\sqrt{5}|$．

【答案】0．

【解析】

【分析】

利用分数的指数幂的意义，分母有理化，负指数幂的意义，绝对值的性质计算后合并即可．

【详解】原式=$(3^3)^{\frac{1}{3}}+\sqrt{5}-2-4+3-\sqrt{5}$

=$3+\sqrt{5}-2-4+3-\sqrt{5}$

=0．

【点睛】本题考查了分数指数幂的运算，负指数幂的运算，绝对值的意义以及分母有理化运算，熟练掌握实数的运算法则是解题的关键．

20.解不等式组：$\begin{cases}10x>7x+6\\ x-1<\frac{x+7}{3}\end{cases}$

【答案】$2<x<5$．

【解析】

【分析】

先求出不等式组中每一个不等式的解集，再求出它们的公共部分即可求解．

【详解】解：由题意知：$\begin{cases}10x>7x+6\cdots①\\ x-1<\dfrac{x+7}{3}\cdots②\end{cases}$，

解不等式①，移项得：3$x$＞6，

系数化为1得：$x$>2，

解不等式②，去分母得：3$x$-3＜$x$+7.

移项得：2$x$<10，

系数化为1得：$x$<5，

∴原不等式组的解集是2＜$x$＜5.

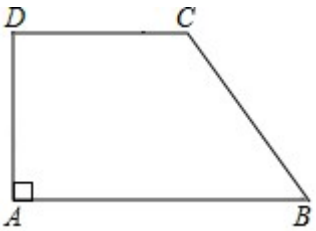
故答案为：2＜$x$＜5.

【点睛】本题考查解一元一次不等式组，解集的规律：同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到.

21.如图，在直角梯形$ABCD$中，$AB//DC$，∠$DAB$=90°，$AB$=8，$CD$=5，$BC$=3$\sqrt{5}$.

（1）求梯形$ABCD$的面积；

（2）联结$BD$，求∠$DBC$的正切值.




【答案】（1）39；（2）$\dfrac{1}{2}$.

【解析】

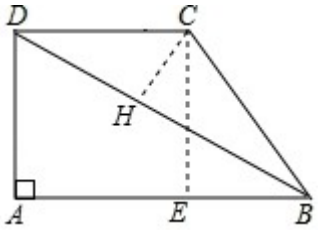
【分析】

(1)过C作CE⊥AB于E，推出四边形ADCE是矩形，得到AD=CE，AE=CD=5，根据勾股定理得到$CE=\sqrt{BC^2-BE^2}=6$，即可求出梯形的面积；

(2)过C作CH⊥BD于H，根据相似三角形的性质得到$\dfrac{CH}{AD}=\dfrac{CD}{BD}$，根据勾股定理得到

$BD=\sqrt{AB^2+AD^2}=10$，$BH=\sqrt{BC^2-CH^2}=6$即可求解.

【详解】解：(1)过$C$作$CE\perp AB$于$E$，如下图所示：




∵$AB \overset{//}{} DC$，∠$DAB$=90°，∴∠$D$=90°，

∴∠$A$=∠$D$=∠$AEC$=90°，

∴四边形$ADCE$是矩形，

∴$AD$=$CE$，$AE$=$CD$=5，

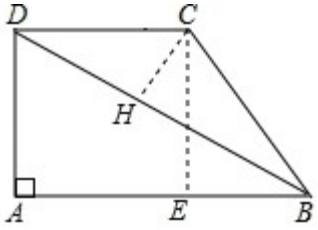
∴$BE$=$AB$－$AE$=3.

∵$BC$=$3\sqrt{5}$，∴$CE$=$\sqrt{BC^2 - BE^2}$=6，

∴梯形$ABCD$的面积=$\frac{1}{2}$×(5+8)×6=39，

故答案为：39.

(2)过$C$作$CH \perp BD$于$H$，如下图所示：




∵$CD \overset{//}{} AB$，∴∠$CDB$=∠$ABD$.

∵∠$CHD$=∠$A$=90°，

∴△$CDH$∽△$DBA$，∴$\frac{CH}{AD}=\frac{CD}{BD}$，

∵$BD$=$\sqrt{AB^2 + AD^2}$=$\sqrt{8^2 + 6^2}$=10，

∴$\frac{CH}{6}=\frac{5}{10}$，∴$CH$=3，

∴$BH$=$\sqrt{BC^2 - CH^2}$=$\sqrt{(3\sqrt{5})^2 - 3^2}$=6，

∴∠$DBC$的正切值=$\frac{CH}{BH}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$.

故答案为：$\frac{1}{2}$.

【点睛】本题考查了直角梯形，解直角三角形，相似三角形的判定和性质，矩形的判定和性质，正确的作出辅助线是解题的关键.

22.去年某商店“十一黄金周”进行促销活动期间，前六天的总营业额为450万元，第七天的营业额是前六天总营业额的12%.

（1）求该商店去年“十一黄金周”这七天的总营业额；

（2）去年，该商店7月份的营业额为350万元，8、9月份营业额的月增长率相同，“十一黄金周”这七天的总营业额与9月份的营业额相等．求该商店去年8、9月份营业额的月增长率.

【答案】（1）504万元；（2）20%.

【解析】

【分析】

(1)根据“前六天的总营业额为450万元，第七天的营业额是前六天总营业额的12%”即可求解；

(2)设去年8、9月份营业额的月增长率为$x$，则十一黄金周的月营业额为$350(1+x)^2$，根据“十一黄金周这七天的总营业额与9月份的营业额相等”即可列方程求解.

【详解】解：(1)第七天　营业额是450×12%=54(万元),

故这七天的总营业额是450+450×12%=504(万元).

答：该商店去年“十一黄金周”这七天的总营业额为504万元.

(2)设该商店去年8、9月份营业额的月增长率为$x$,

依题意，得：$350(1+x)^2=504$,

解得：$x_1=0.2=20\%$，$x_2=-2.2$(不合题意，舍去).

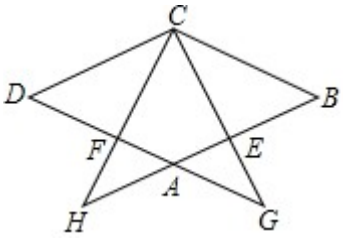
答：该商店去年8、9月份营业额的月增长率为20%.

【点睛】本题考查了一元二次方程的增长率问题，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键.

23.已知：如图，在菱形$ABCD$中，点$E$、$F$分别在边$AB$、$AD$上，$BE=DF$，$CE$的延长线交$DA$的延长线于点$G$，$CF$的延长线交$BA$的延长线于点$H$.

（1）求证：$\triangle BEC\backsim\triangle BCH$；

（2）如果$BE^2=AB\cdot AE$，求证：$AG=DF$.




【答案】（1）证明见解析；（2）证明见解析.

【解析】

【分析】

(1)先证明△$CDF$≌△$CBE$，进而得到∠$DCF$=∠$BCE$，再由菱形对边 $CD$ // $BH$，得到∠$H$=∠$DCF$，进而∠BCE=∠H 即可求解.

(2) 由 $BE^2$=$AB$•$AE$，得到 $\frac{BE}{AB}=\frac{AE}{EB}$，再利用 $AG$ // $BC$，平行线分线段成比例定理得到 $\frac{BE}{AB}=\frac{AG}{BC}$，再结合已知条件即可求解.

【详解】解：(1)∵四边形 $ABCD$ 是菱形,

∴$CD$=$CB$，∠$D$=∠$B$，$CD$ // $AB$.

∵$DF$=$BE$,

∴△$CDF$≌△$CBE$(SAS),

∴∠$DCF$=∠$BCE$.

∵$CD$ // $BH$,

∴∠$H$=∠$DCF$,

∴∠$BCE$=∠$H$. 且∠$B$=∠$B$,

∴△$BEC$∽△$BCH$.

(2)∵$BE^2$=$AB$•$AE$,

∴ $\frac{BE}{AB}=\frac{AE}{EB}$,

∵$AG$ // $BC$,

∴ $\frac{AE}{BE}=\frac{AG}{BC}$,

$\therefore \frac{BE}{AB}=\frac{AG}{BC}$，

∵*DF*=*BE*，*BC*=*AB*，

∴*BE*=*AG*=*DF*，

即*AG*=*DF*.

【点睛】本题考查相似三角形的判定和性质，全等三角形的判定和性质，平行线分线段成比例定理等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型.

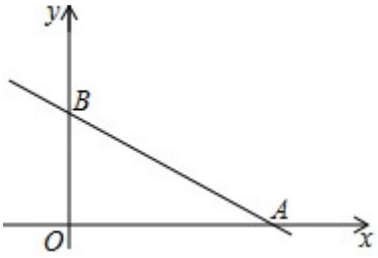
24.在平面直角坐标系*xOy*中，直线$y=-\frac{1}{2}x+5$与*x*轴、*y*轴分别交于点*A*、*B*(如图)．抛物线

$y=ax^2+bx(a\neq 0)$经过点*A*.

（1）求线段*AB*的长；

（2）如果抛物线$y=ax^2+bx$经过线段*AB*上的另一点*C*，且$BC=\sqrt{5}$，求这条抛物线的表达式；

（3）如果抛物线$y=ax^2+bx$的顶点*D*位于△*AOB*内，求*a*的取值范围.




【答案】（1）$5\sqrt{5}$；（2）$y=-\frac{1}{4}x^2+\frac{5}{2}x$；（3）$-\frac{1}{10}<a<0$.

【解析】

【分析】

（1）先求出A，B坐标，即可得出结论；

（2）设点C（m，$-\frac{1}{2}$m+5），则BC=$\frac{\sqrt{5}}{2}$|m，进而求出点C（2，4），最后将点A，C代入抛物线解析式中，即可得出结论；

（3）将点A坐标代入抛物线解析式中得出b=-10a，代入抛物线解析式中得出顶点D坐标为（5，-25a），即可得出结论.

【详解】（1）针对于直线$y=-\frac{1}{2}x+5$,

令$x=0$，$y=5$,

∴$B(0，5)$,

令$y=0$，则$-\frac{1}{2}x+5=0$,

∴$x=10$,

∴$A(10，0)$,

∴$AB=\sqrt{5^2+10^2}=5\sqrt{5}$;

（2）设点$C(m，-\frac{1}{2}m+5)$.

∵$B(0，5)$,

∴$BC=\sqrt{m^2+(-\frac{1}{2}m+5-5)^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}|m|$.

∵$BC=\sqrt{5}$,

∴$\frac{\sqrt{5}}{2}|m|=\sqrt{5}$,

∴$m=\pm2$.

∵点$C$在线段$AB$上,

∴$m=2$,

∴$C(2，4)$,

将点$A(10，0)$，$C(2，4)$代入抛物线$y=ax^2+bx(a\neq0)$中，得$\begin{cases}100a+10b=0\\4a+2b=4\end{cases}$，

∴$\begin{cases}a=-\frac{1}{4}\\b=\frac{5}{2}\end{cases}$，

∴抛物线$y=-\frac{1}{4}x^2+\frac{5}{2}x$;

（3）∵点 $A(10，0)$ 在抛物线 $y=ax^2+bx$ 中，得 $100a+10b=0$，

∴$b=-10a$，

∴抛物线的解析式为 $y=ax^2-10ax=a(x-5)^2-25a$，

∴抛物线的顶点 $D$ 坐标为 $(5，-25a)$，

将 $x=5$ 代入 $y=-\frac{1}{2}x+5$ 中，得 $y=-\frac{1}{2}\times5+5=\frac{5}{2}$，

∵顶点 $D$ 位于△$AOB$ 内，

∴$0<-25a<\frac{5}{2}$，

∴$-\frac{1}{10}<a<0$.

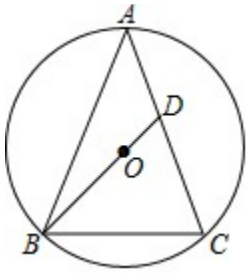
【点睛】此题是二次函数综合题，主要考查了待定系数法，两点间的距离公式，抛物线的顶点坐标的求法，求出点 D 的坐标是解本题的关键.

25.如图，△$ABC$ 中，$AB=AC$，⊙$O$ 是△$ABC$ 的外接圆，$BO$ 的延长交边 $AC$ 于点 $D$.

（1）求证：$\angle BAC=2\angle ABD$；

（2）当△$BCD$ 是等腰三角形时，求 $\angle BCD$ 的大小；

（3）当 $AD=2$，$CD=3$ 时，求边 $BC$ 的长.




【答案】（1）证明见解析；（2）$\angle BCD$ 的值为 67.5°或 72°；（3）$\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

【解析】

【分析】

(1)连接 OA．利用垂径定理以及等腰三角形的性质解决问题即可.

(2)分三种情形：①若 BD=CB，则∠C=∠BDC=∠ABD+∠BAC=3∠ABD．②若 CD=CB，则∠CBD=∠CDB=3∠ABD．③若 DB=DC，则 D 与 A 重合，这种情形不存在．分别利用三角形内角和定理构建方程求解即可.

(3) 如图 3 中，作 AE // BC 交 BD 的延长线于 E. 则 $\frac{AE}{BC}=\frac{AD}{DC}=\frac{2}{3}$，进而得到 $\frac{AO}{OH}=\frac{AE}{BH}=\frac{3}{4}$，设 OB=OA=4a，OH=3a，根据 $BH^2=AB^2-AH^2=OB2-OH^2$，构建方程求出 a 即可解决问题.

详解】解：(1)连接 *OA*，如下图 1 所示：

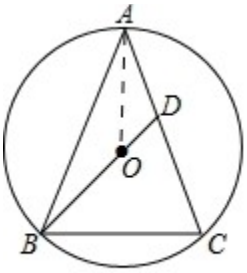



图1

∵*AB*=*AC*,

∴ $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AC}$,

∴*OA*⊥*BC*,

∴ ∠*BAO*=∠*CAO*.

∵*OA*=*OB*,

∴ ∠*ABD*=∠*BAO*,

∴ ∠*BAC*=2∠*ABD*.

(2)如图 2 中，延长 *AO* 交 *BC* 于 *H*.

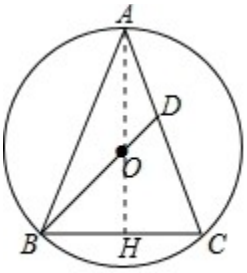



图2

① 若 *BD*=*CB*，则∠*C*=∠*BDC*=∠*ABD*+∠*BAC*=3∠*ABD*.

∵*AB*=*AC*,

∴ ∠*ABC*=∠*C*,

∴ ∠*DBC*=2∠*ABD*.

∵ ∠*DBC*+∠*C*+∠*BDC*=180°,

∴8∠*ABD*=180°,

∴ ∠*C*=3∠*ABD*=67 5°.

② 若 $CD=CB$，则$\angle CBD=\angle CDB=3\angle ABD$，$\therefore\angle C=4\angle ABD$.

$\because\angle DBC+\angle C+\angle CDB=180°$,

$\therefore 10\angle ABD=180°$,

$\therefore\angle BCD=4\angle ABD=72°$.

③ 若 $DB=DC$，则 $D$ 与 $A$ 重合，这种情形不存在.

综上所述：$\angle C$ 的值为 67.5°或 72°.

(3)如图 3 中，过 $A$ 点作 $AE\parallel BC$ 交 $BD$ 的延长线于 $E$.

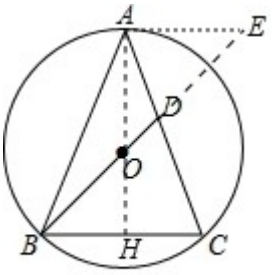



图3

则 $\frac{AE}{BC}=\frac{AD}{DC}=\frac{2}{3}$，且 $BC=2BH$,

$\therefore\frac{AO}{OH}=\frac{AE}{BH}=\frac{4}{3}$,

设 $OB=OA=4a$，$OH=3a$.

则在 $Rt\triangle ABH$ 和 $Rt\triangle OBH$ 中,

$\because BH^2=AB^2-AH^2=OB^2-OH^2$,

$\therefore 25-49a^2=16a^2-9a^2$,

$\therefore a^2=\frac{25}{56}$,

$\therefore BH=\frac{5\sqrt{2}}{4}$,

$\therefore BC=2BH=\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

故答案为：$\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

【点睛】本题属于圆的综合题，考查了垂径定理，等腰三角形的性质，勾股定理解直角三角形，平行线分线段成比例定理等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造平行线解决问题，学会利用参数构建方程解决问题，属于中考常考题型.